



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Zdroj: <https://predmety.fbmi.cvut.cz/cs/doktorske-bme>

Refrakční vady – teoretická analýza

Refrakční vady – teoretická analýza

Sférocylindrický zápis refrakční vady

- ⊕ refrakční vadu můžeme zapsat pomocí tzv. sférocylindrického zápisu $S/C \times \theta$
- ⊕ dioptrické hodnoty ve dvou hlavních řezech jsou S a $(S+C)$
- ⊕ stejnou refrakční vadu lze vyjádřit dvěma ekvivalentními způsoby:

$$S/C \times \theta \quad (S+C)/C \times (\theta \pm 90^\circ) \quad C < 0$$

Sférický ekvivalent refrakční vady

$$SE = [S + (S + C)] / 2 = S + C / 2$$

- ⊕ sférický ekvivalent je průměrná dioptrická hodnota dané refrakční vady ve dvou hlavních řezech
- ⊕ tato dioptrická hodnota odpovídá pozici kroužku nejmenšího rozptylu při korekci dané refrakční vady

Refrakční vady – teoretická analýza

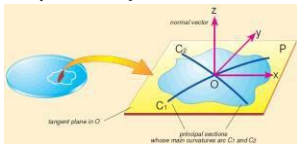
Křivost plochy

✦ na základě matematického popisu $z = f(x, y)$ spojité plochy (vlnoplochy) lze vypočítat hlavní křivosti C_1, C_2 v každém bodě (x, y) , lámavost φ a astigmatismus A , který daná lámavá plocha indukuje

$$z = f(x, y), \quad p = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial f}{\partial y},$$

$$E = 1 + p^2, \quad F = p \cdot q, \quad G = 1 + q^2$$

$$r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad s = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad t = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y},$$



$$H = \frac{r \cdot G - 2 p q s + t \cdot E}{2(1 + p^2 + q^2)^{3/2}} = \frac{C_1 + C_2}{2}, \quad K = \frac{r \cdot t - s^2}{(1 + p^2 + q^2)^2} = C_1 C_2, \quad C_1 - C_2 = 2\sqrt{H^2 - K}$$

$$(tpq - sG)w^2 + (tE - rG)w + (sE - rpq) = 0$$

$$\text{Axis} = \tan^{-1} w$$

$$\varphi = (n-1) \frac{C_1 + C_2}{2} = (n-1)H$$

$$A = (n-1)(C_1 - C_2)$$

Refrakční vady – teoretická analýza

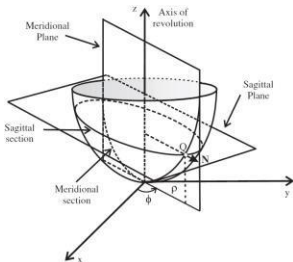
Křivost v tangenciálním (meridionálním) a sagitálním směru – rotačně symetrická plocha

⊕ rotačně symetrickou plochu lze charakterizovat tangenciální a sagitální křivostí

$$\kappa_{\text{sag}} = \frac{dz/d\rho}{\rho[1 + (dz/d\rho)^2]^{1/2}},$$

$$\kappa_{\text{mer}} = \frac{d^2z/d\rho^2}{[1 + (dz/d\rho)^2]^{3/2}}.$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

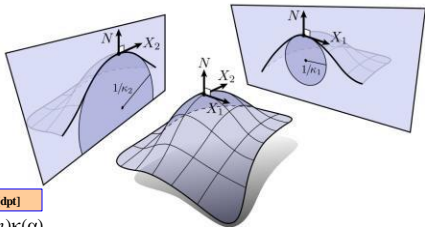


Refrakční vady – teoretická analýza

Dioptrická hodnota v libovolném řezu

✦ v obecném řezu plochy (např. řezu lámavé plochy resp. vlnoplochy) pod úhlem α (jeden hlavní řez ve směru θ) je křivost dána jako

$$\kappa(\alpha) = \kappa_1 \cos^2(\alpha - \theta) + \kappa_2 \sin^2(\alpha - \theta) = \kappa_1 + (\kappa_2 - \kappa_1) \sin^2(\alpha - \theta)$$



lámavost plochy [dpt]

$$\varphi(\alpha) = (n' - n)\kappa(\alpha)$$

Refrakční vady – teoretická analýza

Dioptrická hodnota v libovolném řezu

⊕ dioptrická hodnotu v řezu pod úhlem α při korekci refrakční vady $S/C \times \theta$

$$\begin{aligned}\varphi(\alpha) &= M + J \cos 2(\alpha - \theta) = M + (J \cos 2\theta) \cos 2\alpha + (J \sin 2\theta) \sin 2\alpha = \\ &= M + \underbrace{(J \cos 2\theta) \cos 2\alpha}_{\text{Jacksonův zkřížený}} + \underbrace{(J \sin 2\theta) \sin 2\alpha}_{\text{Jacksonův zkřížený}} \\ &\quad \swarrow \quad \text{cylindr s osou } 0^\circ \quad \text{cylindr s osou } 45^\circ \\ &\text{sférický ekvivalent}\end{aligned}$$

$$\varphi(\alpha) = M + J_0 \cos 2\alpha + J_{45} \sin 2\alpha$$

$$M = S + \frac{C}{2}$$

$$J_0 = -\frac{C}{2} \cos 2\theta$$

$$J_{45} = -\frac{C}{2} \sin 2\theta$$

Vektor lámavosti

(M, J_0, J_{45})

⊕ všechny složky jsou v dpt

Refrakční vady – astigmatická dekompozice

Zpětná transpozice na sférocylindrický zápis s „mínusovým“ zápisem

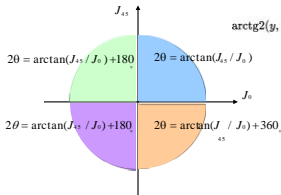
$$C = -2\sqrt{J_0^2 + J_{45}^2}$$

$$S = M - C / 2$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{J_{45}}{J_0}$$

⊕ složky vektoru lámavosti lze jednoduše převést zpět do sférocylindrického vyjádření refrakční vady

⊕ při výpočtu směru osy cylindru θ je nutno určit hodnotu arctan v intervalu $(-\pi, \pi)$



$$\arctg_2(y, x) = \begin{cases} \arctg\left(\frac{y}{x}\right), & \text{je-li } (x > 0) \wedge (y \geq 0), \\ \arctg\left(\frac{y}{x}\right) + \pi, & \text{je-li } (x < 0), \\ \arctg\left(\frac{y}{x}\right) + 2\pi, & \text{je-li } (x > 0) \wedge (y < 0), \\ \frac{\pi}{2}, & \text{je-li } (x = 0) \wedge (y > 0), \\ \frac{3}{2}\pi, & \text{je-li } (x = 0) \wedge (y < 0), \end{cases}$$

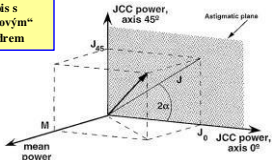
Refrakční vady – astigmatická dekompozice

Astigmatický rozklad

- ❖ zápis refrakční vady se dá rozepsat pomocí 3 nezávislých složek vektoru lámavosti v 3D dioptrickém prostoru
- ❖ každá sférocylindrická kombinace $S/C \times \theta$ může být rozložena na složku sférického ekvivalentu a dvě cylindrické složky (odpovídající JCC) s osami 180° a 45° , tj. kombinace sféry a dvou cylindrů

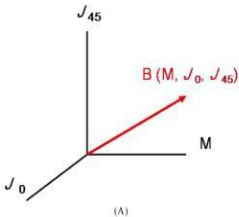
$$M = SE = S + C / 2$$
$$J_0 = -0.5C \cos(2\theta)$$
$$J_{45} = -0.5C \sin(2\theta)$$

Astigmatická
dekompozice pro
zápis s
„mínusovým“
cylindrem



Refrakční vady – astigmatická dekompozice

- ⊕ každá sférocylindrická kombinace $S/C \times \theta$ můžeme vyjádřit v 3D prostoru jako **vektor lámavosti**



Vektor lámavosti

(M, J_0, J_{45})

$$M = S + C / 2$$

$$J_0 = -(C / 2) \cos(2\theta)$$

$$J_{45} = -(C / 2) \sin(2\theta)$$

$$B = \sqrt{M^2 + J_0^2 + J_{45}^2} =$$

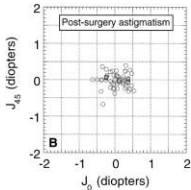
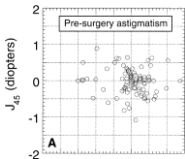
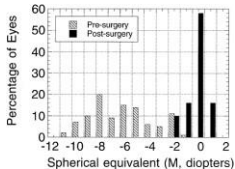
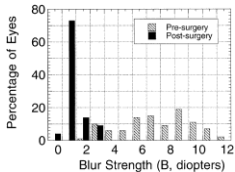
$$= \sqrt{S^2 + S \cdot C + 0,5C^2}$$

$$RMS = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [\varphi(\alpha)]^2 d\alpha = \sqrt{M^2 + J_0^2 / 2 + J_{45}^2 / 2} =$$

$$= \sqrt{S^2 + S \cdot C + 3C^2 / 8}$$

- ⊕ velikost **vektor lámavosti B** (angl. blur strength) určuje celkovou velikost vady a charakterizuje velikost rozptylového kroužku na sítnici (míru „rozostření“ geometrického obrazu na sítnici)

Refrakční vady – astigmatická dekompozice



Refrakční vady – teoretická analýza

Přepočet refrakčních hodnot

- ⊕ při změně roviny vyjádření refrakční vady je nutno sférocylindrickou kombinaci $S/C \times \theta$ přepočítat v každém řezu

$$S' = \frac{S}{1 - \Delta d \cdot S}, \quad S' + C' = \frac{S + C}{[1 - \Delta d \cdot (S + C)]}, \quad \Delta d = d_1 - d_2$$

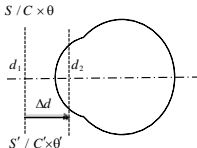
$$S' = \frac{S}{1 - \Delta d \cdot S}, \quad C' = \frac{C}{[1 - \Delta d \cdot (S + C)][1 - \Delta d \cdot S]}, \quad \theta' = \theta,$$

$$-4/-2 \times 60^\circ \quad d_1 = 12 \text{ mm} \quad d_2 = 0 \text{ mm}$$



$$-3,82/-1,78 \times 60^\circ$$

- ⊕ tento přepočet se využívá v autorefraktometrech pro výpočet refrakční vady pro danou vrcholovou vzdálenost d



Subjektivní vyšetření refrakčních vad

Astigmatický rozklad

- ❖ zápis refrakční vady resp. její korekce se dá rozepsat pomocí 3 nezávislých složek
- ❖ každá sférocylindrická kombinace **S/C \times θ** může být rozložena na složku sférického ekvivalentu a dvě cylindrické složky (odpovídající JCC) s osami 180° a 45°, tj. kombinace sféry a dvou cylindrů

Astigmatická dekompozice

$$M = SE = S + C / 2$$
$$J_0 = -0.5C \cos(2\theta)$$
$$J_{45} = -0.5C \sin(2\theta)$$

Zpětná transpozice na sférocylindrický zápis

$$C = -2 \sqrt{J_0^2 + J_{45}^2}$$
$$\tan 2\theta = \frac{J_{45}}{J_0}$$
$$S = M - C / 2$$

Subjektivní vyšetření refrakčních vad

Astigmatický rozklad –
určení úhlu

Zpětná transpozice na
sférocylindrický zápis

$$C = -2\sqrt{J_0^2 + J_{45}^2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{J_{45}}{J_0}$$

$$S = M - C / 2$$

$$J_0 > 0 \Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{J_{45}}{J_0}$$

$$J_0 < 0 \wedge J_{45} \geq 0 \Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \left(\arctan \frac{J_{45}}{J_0} + 180^\circ \right)$$

$$J_0 < 0 \wedge J_{45} < 0 \Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \left(\arctan \frac{J_{45}}{J_0} - 180^\circ \right)$$

$$J_0 = 0 \wedge J_{45} > 0 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$J_0 = 0 \wedge J_{45} < 0 \Rightarrow \theta = 135^\circ$$

Subjektivní vyšetření refrakčních vad

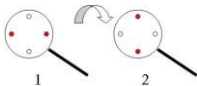
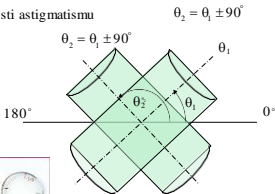
Kolmo zkřížené cylindrické čočky (Jacksonovy cylindry)

- ⊕ speciální případ Stokesovy čočky pro $\theta_2 = \theta_1 \pm 90^\circ$
- ⊕ kombinace dvou kolmo zkřížených cylindrů $C_1 \times \theta_1$ a $C_2 \times (\theta_1 \pm 90^\circ)$ působí jako sférocylindrická čočka s dioptrickým zápisem $S/C \times \theta$
- ⊕ používají se pro nalezení osy a velikosti astigmatismu

$$S = C_1 \quad C = C_2 - C_1 \quad \theta = \theta_1 \pm 90^\circ$$

resp.

$$S = C_2 \quad C = C_1 - C_2 \quad \theta = \theta_1$$



Subjektivní vyšetření refrakčních vad

Jacksonovy zkřížené cylindry

$$C_1 = +0,25 \times (\theta_1 \pm 90^\circ)$$

$$C_2 = -0,25 \times \theta_2 \quad SE = S + C/2 = 0$$

$$S = C_1 = +0,25$$

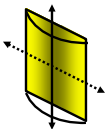
$$C = C_2 - C_1 = -2C_1 = -0,5 \quad \theta = \theta_2$$

⊕ Jacksonův zkřížený cylindr má **astigmat.rozdíl dvojnásobek hodnoty cylindru**

⊕ **sférický ekvivalent je 0**, tj. nemění sférický ekvivalent

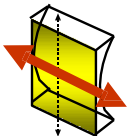
⊕ vyrábějí se v hodnotách $\pm 0.25, \pm 0.50, \pm 0.75, \pm 1.00$ dpt, osy cylindrů ve směru 45° a 135° vůči ose držátka

+0.25 × 90°



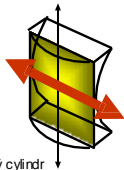
+

-0.25DC × 90°



=

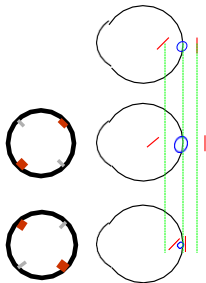
+0.25/-0.50 × 180°



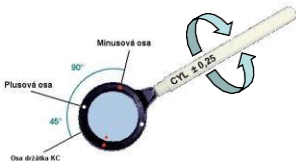
±0.25 dpt je označován 0,5 dpt – zkřížený cylindr

Subjektivní vyšetření refrakčních vad

Jacksonovy zkřížené cylindry



- ⊕ otočením zkříženého cylindru kolem osy držátka o 180° získáme místo sférocyl.kombinace $+0.25/-0.50 \times \theta^\circ$ kombinaci $+0.25/-0.50 \times (\theta+90^\circ)$, tj. dojde k pootočení o 90°
- ⊕ jelikož $SE = 0$, neposouvá se poloha kroužku nejmenšího rozptylu



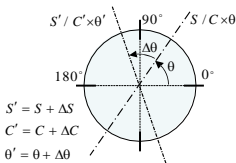
Subjektivní vyšetření refrakčních vad

Odchytky dvou sférocylindrických zápisů

$$\Delta SE = SE_2 - SE_1 = -\Delta S - \frac{\Delta C}{2}$$

$$\Delta C_{45} = C_{45,2} - C_{45,1} = -2C \cos(2\theta + \Delta\theta) \sin\delta - \Delta C \sin 2(\theta + \Delta\theta)$$

$$\Delta C_0 = C_{0,2} - C_{0,1} = 2C \sin(2\theta + \Delta\theta) \sin\delta - \Delta C \cos 2(\theta + \Delta\theta)$$



$$S' = S + \Delta S$$

$$C' = C + \Delta C$$

$$\theta' = \theta + \Delta\theta$$

odchyka

$$S_{\Delta} / C_{\Delta} \times \theta_{\Delta}$$

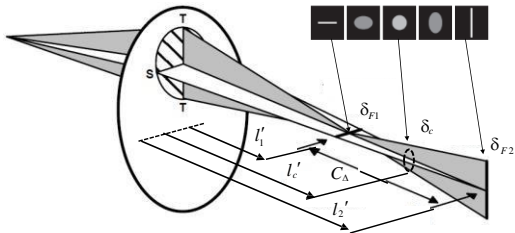


$$C_{\Delta} = \sqrt{\Delta C_0^2 + \Delta C_{45}^2}$$

$$S_{\Delta} = \Delta SE - \frac{C_{\Delta}}{2} = -\Delta S - \frac{\Delta C}{2} - \frac{C_{\Delta}}{2}$$

$$\tan 2\theta_{\Delta} = \frac{\Delta C_{45}}{\Delta C_0}$$

Subjektivní vyšetření refrakčních vad



Zraková ostrost a kontrastní citlivost oka

Zraková ostrost a refrakční vady

- ⊕ mezi refrakční vadou $S/C \times \theta$ a zrakovou ostrostí VA pro subjekty s nepatologickými změnami zrakového neurálního systému lze nalézt silnou souvislost
- ⊕ na základě velikosti refrakční vady lze odhadnout velmi dobře zrakovou ostrost jedince

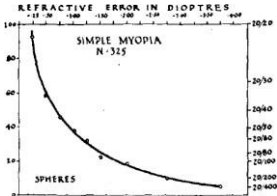
Sférická ametropie

- ⊕ pro čistě sférickou ametropii dobře platí

$$\log MAR = 0,5S - 0,05$$

resp.

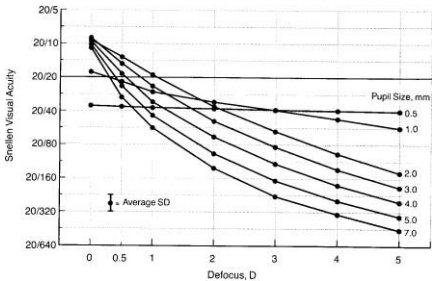
$$\log MAR = 0,375S - 0,284$$



Zraková ostrost a kontrastní citlivost oka

Zraková ostrost a refrakční vady

⊕ zraková ostrost též závisí na velikosti pupily



Zraková ostrost a kontrastní citlivost oka

Zraková ostrost a refrakční vady

Astigmatické oko

- ⊕ pro astigmatické oko s refrakční vadou $S/C \times \theta$ se jako měřítko velikosti refrakční vady nejčastěji využívá velikosti vektoru lámavosti B , který má přímý vztah k průměru rozptylového kroužku a

$$B = \sqrt{M^2 + J_0^2 + J_5^2} = \\ = \sqrt{S^2 + S \cdot C + 0,5C^2}$$

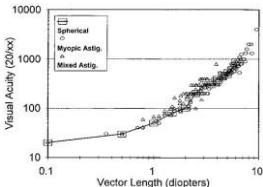
Raasch

$$VA_{dec} = 10^{-(a_0 + a_1 \log B + a_2 \log^2 B)}$$

$$a_0 \approx 0,48 \quad a_1 \approx 1,07 \quad a_2 \approx 0,46$$

resp.

$$VA_{dec} = 10^{-(0,2775B - 0,0775)}$$

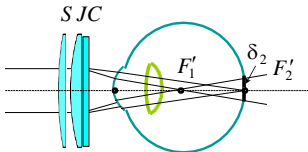


Zraková ostrost a kontrastní citlivost oka

$$S = -\Delta R \quad C = \Delta R$$

$$B = \sqrt{S^2 + S \cdot C + 0,5C^2} = 0,7\Delta R$$

Astigmatismus ΔR [dpt]	Zraková ostrost
0,25	1,17
0,50	0,82
0,75	0,61
1,00	0,47
1,50	0,31
2,00	0,26



Zraková ostrost a kontrastní citlivost oka

Vliv zbytkových refrakčních vad na vidění

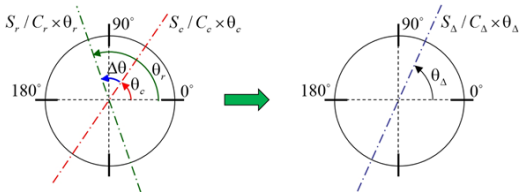
- ⊕ podle experimentálních studií (s využitím adaptivní optiky) bylo již dříve zjištěno, že minimální zaznamenaná změna zrakové ostrosti je způsobena již přibližně **0,2-0,35 dpt defokusace**, která je příčinou refrakční vady nazývané sférická ametropie (myopie nebo hypermetropie).
- ⊕ u astigmatického oka, kdy kroužek nejmenšího rozptylu leží na sítnici, je minimální zaznamenaná změna zrakové ostrosti asi **0,35-0,65 dpt astigmatismu**.
- ⊕ u astigmatického oka, kdy jedna z fokál leží na sítnici (tzv. jednoduchý astigmatismus), je minimální zaznamenaná změna ostrosti asi **0,3-0,5 dpt astigmatismu**.

korekce sférické ametropie menší nežli 0,25 dpt resp. astigmatismu menší hodnoty nežli 0,3-0,5 dpt nemá praktický smysl

Subjektivní vyšetření refrakčních vad

Refrakční deficit při neúplné korekci refrakční vady

- ⊕ při neúplné korekci refrakční vady dochází k tomu, že po korekci je přítomna zbytková refrakční vada (refrakční deficit) $S_{\Delta}/C_{\Delta} \times \theta_{\Delta}$



Subjektivní vyšetření refrakčních vad

Refrakční deficit při neúplné korekci refrakční vady

$$\Delta S = S_r - S_c \quad \Delta C = C_r - C_c \quad \Delta \theta = \theta_r - \theta_c$$

$$M_c = (S_r - \Delta S) \frac{C_r - \Delta C}{2} \quad M_r = S_r + \frac{C_r}{2}$$

$$J_{0,r} = -0,5(C_r - \Delta C) \cos 2(\theta_r - \Delta \theta) \quad J_{0,c} = -0,5 C_c \cos 2\theta_c$$

$$J_{45,c} = -0,5(C_r - \Delta C) \sin 2(\theta_r - \Delta \theta) \quad J_{45,r} = -0,5 C_c \sin 2\theta_c$$

$$\Delta M = M_r - M_c = \Delta S + \frac{\Delta C}{2}$$

$$\Delta J_0 = J_{0,r} - J_{0,c}$$

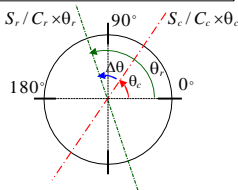
$$\Delta J_{45} = J_{45,r} - J_{45,c}$$

$$C_A = -2 \sqrt{(\Delta J_0)^2 + (\Delta J_{45})^2} = -2 \sqrt{C_r^2 \sin^2 \Delta \theta + 0,25 \Delta C^2 - C_r \Delta C \sin^2 \Delta \theta}$$

$$S_A = \Delta M - C_A / 2$$

$$\tan 2\theta_A = \frac{\Delta J_{45}}{\Delta J_0} = \frac{-C_r \cos(2\theta_r - \Delta \theta) \sin \Delta \theta - 0,5 \Delta C \sin 2(\theta_r - \Delta \theta)}{C_r \sin(2\theta_r - \Delta \theta) \sin \Delta \theta - 0,5 \Delta C \cos 2(\theta_r - \Delta \theta)}$$

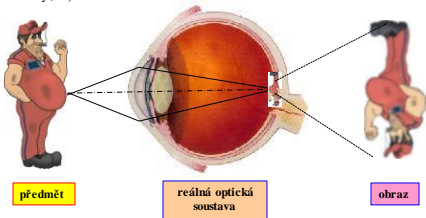
$$B = \sqrt{\Delta M^2 + \Delta J_0^2 + \Delta J_{45}^2} = \sqrt{S_A^2 + S_A C_A + 0,5 C_A^2} = \sqrt{\Delta S^2 + \Delta S \Delta C + 0,5 \Delta C^2 + C_r (C_r - \Delta C) \sin^2 \Delta \theta}$$



Aberace optických soustav

Aberace (vady zobrazení) optické soustavy oka

- ✦ aberace (vady zobrazení) optických soustav jsou **odchyly zobrazení reálné optické soustavy** od zobrazení ideální optické soustavy
- ✦ v důsledku aberací a vlnové povahy světla není obrazem bodu bod, ale „ploška“ s nerovnoměrným rozdělením intenzity, což má za následek **zhoršení kvality obrazu** (rozostření obrazu, snížení kontrastu, geometrická deformace obrazu, změna barvy,...)



Aberace optických soustav

Příčiny vzniku aberací

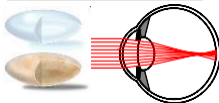
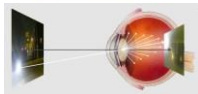
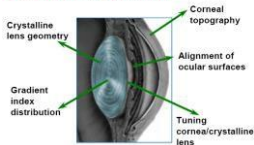
fyzikální příčiny

- ⊕ lom a odraz paprsků na plochách optické soustavy,
- ⊕ difrakce světla na prvcích optické soustavy,
- ⊕ disperze prostředí, rozptyl světla, ...

geometrické a materiálové příčiny

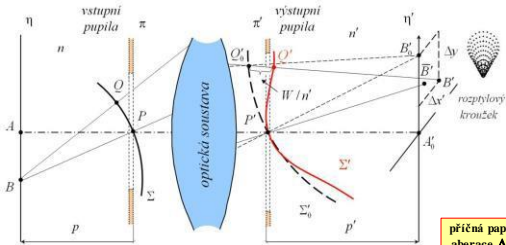
- ⊕ *nedokonalost prvků optické soustavy oka*
 - ⊕ tvar a tloušťka rohovky
 - ⊕ tvar a struktura čočky
 - ⊕ celková délka oka
 - ⊕ nehomogenity tloušťky slzného filmu
 - ⊕ změna tvaru a pozice jednotlivých částí oka
- ⊕ *nedokonalost optických materiálů* (prostředí jednotlivých optických částí oka (nehomogenity, anomálie indexu lomu očních prostředí, apod.)

Causes of optical aberrations



Aberace optických soustav

Aberace (vady) optických soustav



vlnová aberace W je základní charakteristikou optické soustavy

$$W = [Q'_0 Q'] = n' \cdot \overline{SQ}$$

vlnová aberace W

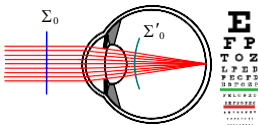
příčná paprsková aberace $\Delta x', \Delta y'$

$$\Delta x' = -\frac{R'}{n'} \frac{\partial W}{\partial x}$$

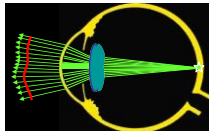
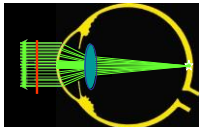
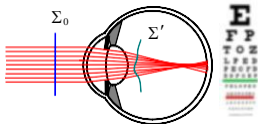
$$\Delta y' = -\frac{R'}{n'} \frac{\partial W}{\partial y}$$

Aberace lidského oka

Oko – ideální optická soustava



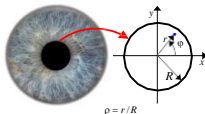
Oko – reálná optická soustava



Refrakční vady – teoretická analýza

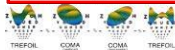
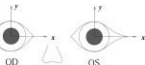
Refrakční vady a vlnová aberace

refrakční vady charakterizují pouze kvadratickou část vlnové aberace W



$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n c_n^m Z_n^m(\rho, \theta)$$

i	n	m	Zernike polynomials	Name
0	0	0	1	piston
1	1	-1	$2\rho \sin \theta$	y -tilt
2	1	1	$2\rho \cos \theta$	x -tilt
3	2	-2	$\sqrt{6}\rho^2 \sin 2\theta$	y -astigmatism
4	2	0	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$	defocus
5	2	2	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\theta$	x -astigmatism
6	3	-3	$\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\theta$	y -trefoil
7	3	-1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \sin \theta$	y -coma
8	3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \cos \theta$	x -coma
9	3	3	$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$	x -trefoil
10	4	-4	$\sqrt{10}\rho^4 \sin 4\theta$	y -quadrafoil
11	4	-2	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2) \sin 2\theta$	y -secondary astigmatism
12	4	0	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	spherical aberration
13	4	2	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2) \cos 2\theta$	x -secondary astigmatism
14	4	4	$\sqrt{10}\rho^4 \cos 4\theta$	x -quadrafoil

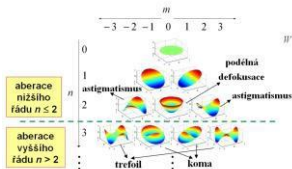


Refrakční vady – teoretická analýza

Refrakční vady a vlnová aberace

ANSI Z8028
ISO 24157:2008

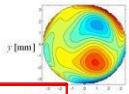
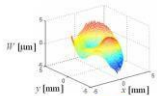
vlnová aberace
 $W(x,y)$ v pupile
v jádřená
pomocí
Zernikeových
polynomů



aberrace nižšího řádu $n \leq 2$

aberrace vyššího řádu $n > 2$

vlnová aberace



$$c_0^0 \cdot Z_0^0(x,y) + c_1^{-1} \cdot Z_1^{-1}(x,y) + c_1^1 \cdot Z_1^1(x,y) + c_2^{-2} \cdot Z_2^{-2}(x,y) + c_2^0 \cdot Z_2^0(x,y) + c_2^2 \cdot Z_2^2(x,y) + \dots$$

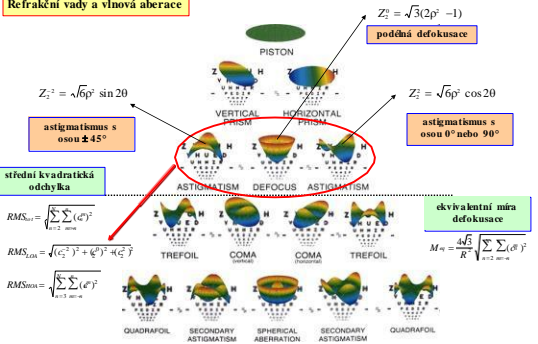
$$+ c_3^{-3} \cdot Z_3^{-3}(x,y) + c_3^{-1} \cdot Z_3^{-1}(x,y) + c_3^1 \cdot Z_3^1(x,y) + c_3^3 \cdot Z_3^3(x,y) + \dots = W(x,y)$$

vlnová aberace
 $W(x,y)$

$$W(x,y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n c_n^m Z_n^m(x,y)$$

Refrakční vady – teoretická analýza

Refrakční vady a vlnová aberace



Refrakční vady – teoretická analýza

Refrakční hodnoty z aberací

⊕ na základě znalostí vlnové aberace oka W (vyjádřených např. pomocí Zemikeových koeficientů) lze stanovit **refrakční hodnoty**

⊕ astigmatický rozklad refrakční vady

$$W(\rho, \phi) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n c_n^m Z_n(\rho, \phi)$$

$$M = -\frac{4\sqrt{3}}{R^2} c_2^0$$

$$J_0 = -\frac{2\sqrt{6}}{R^2} c_2^2$$

$$J_{45} = -\frac{2\sqrt{6}}{R^2} c_2^{-2}$$

$$S = M + \sqrt{J_0^2 + J_{45}^2},$$

$$C = -2\sqrt{J_0^2 + J_{45}^2},$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{J_{45}}{J_0}.$$

ekvivalentní míra defokusace

$$M_{eq} = \frac{4\sqrt{3}}{R^2} \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (c_n^m)^2}$$

⊕ aproximace vlnové aberace oka W kvadratickou plochou

⊕ tímto způsobem měří některé **autorefraktometry (wavefront refraction)**

$$S = -\frac{4\sqrt{3}}{R^2} c_2^0 + \frac{2\sqrt{6}}{R^2} \sqrt{(c_2^{-2})^2 + (c_2^2)^2},$$

$$C = -\frac{4\sqrt{6}}{R^2} \sqrt{(c_2^{-2})^2 + (c_2^2)^2},$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{c_2^{-2}}{c_2^2}.$$

Refrakční vady – teoretická analýza

Matice lámavosti

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S + C \sin^2 \theta & -C \sin \theta \cos \theta \\ -C \sin \theta \cos \theta & S + C \cos^2 \theta \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_a$$

$$\mathbf{F}_s = \begin{pmatrix} (f_{11} + f_{22})/2 & 0 \\ 0 & (f_{11} + f_{22})/2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_a = \begin{pmatrix} (f_{11} - f_{22})/2 & f_{21} \\ f_{21} & -(f_{11} - f_{22})/2 \end{pmatrix}$$

$$M = (f_{11} + f_{22})/2 = S + \frac{C}{2}$$

$$S = M + \sqrt{J_0^2 + J_{45}^2}$$

$$J_0 = (f_{11} - f_{22})/2 = -\frac{C}{2} \cos 2\theta$$



$$C = -2\sqrt{J_0^2 + J_{45}^2}$$

$$J_{45} = f_{21} = -\frac{C}{2} \sin 2\theta$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{J_{45}}{J_0}$$

Refrakční vady – teoretická analýza

Matice lámavosti

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S + C \sin^2 \theta & -C \sin \theta \cos \theta \\ -C \sin \theta \cos \theta & S + C \cos^2 \theta \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_a$$

$$\mathbf{F}_s = \begin{pmatrix} (f_{11} + f_{22})/2 & 0 \\ 0 & (f_{11} + f_{22})/2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_a = \begin{pmatrix} (f_{11} - f_{22})/2 & f_{21} \\ f_{21} & -(f_{11} - f_{22})/2 \end{pmatrix}$$

$$M = (f_{11} + f_{22})/2 = S + \frac{C}{2}$$

$$S = M + \sqrt{J_0^2 + J_{45}^2}$$

$$J_0 = (f_{11} - f_{22})/2 = -\frac{C}{2} \cos 2\theta$$



$$C = -2\sqrt{J_0^2 + J_{45}^2}$$

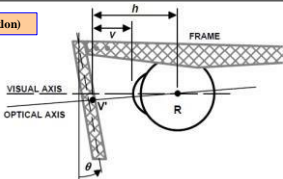
$$J_{45} = f_{21} = -\frac{C}{2} \sin 2\theta$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{J_{45}}{J_0}$$

Poloha a naklonení brýlové čočky vůči oku

Inklinace brýlové obruby (pantoskopický náklon)

- ⊕ náklon brýlové čočky kolem horizontální osy
- ⊕ vzniká astigmatismus
- ⊕ vzniká prizmat.účinek

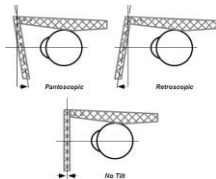


Dioptrický účinek nakloněné sférické brýlové čočky

$$S = \varphi(1 + \sin^2 \theta / 2n)$$

$$C = S \tan^2 \theta$$

$$Ax = 180^\circ \quad \theta < 20^\circ$$



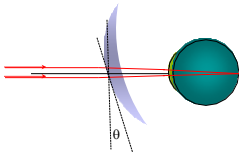
Poloha a naklonení brýlové čočky vůči oku

Kompenzované dioptrické hodnoty v důsledku náklonu čočky kolem horizontální osy

$$S' = 2nF_{sph} / (2n + \sin^2 \theta)$$

$$C' = -S' \tan^2 \theta$$

$$Ax = 180^\circ \quad \theta < 20^\circ$$



F_{sph} výsledný dioptrický účinek čočky po náklonu

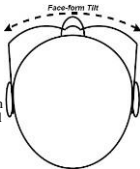
Dioptrický účinek nakloněné brýlové čočky kolem vertikální osy

$$S = \varphi(1 + \sin^2 \psi / 2n)$$

$$C = S \tan^2 \psi$$

$$Ax = 90^\circ \quad \theta < 20^\circ$$

- ✦ náklon brýlové čočky kolem vertikální osy (angl. dihedral tilt)
- ✦ úhel pronutí brýlového středu
- ✦ kopírování tvaru obličeje

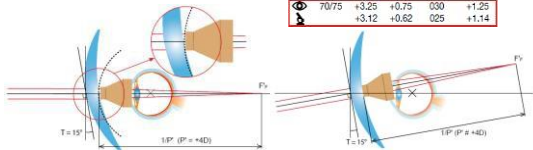


Poloha a naklonení brýlové čočky vůči oku

Inklinace brýlové obruby (pantoskopický náklon)

- ✦ fokometrem neměříme skutečný dioptrický účinek brýlové čočky (angl. wearer power), náklon je nutno kompenzovat

G/L	DD	Sph	Cyl	Axe	Add
👁	70/75	+3.25	+0.75	030	+1.25
👁		+3.12	+0.62	025	+1.14



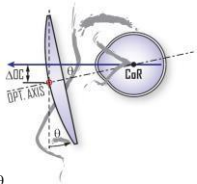
ANGLE (°)	SPHERE (D.)	CYLINDER (D.)	AXIS (°)
0	4.00	0.00	-
3	3.99	0.01	90
6	3.94	0.04	90
9	3.87	0.10	90
12	3.77	0.17	90
15	3.64	0.27	90

Poloha a naklonení brýlové čočky vůči oku

Inklinace brýlové obruby (pantoskopický náklon)

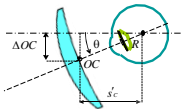
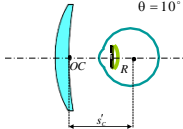
- ⊕ aby chom eliminovali astigmatismus vlivem náklonu je nutno čočku decentrovat

pro každý 1° náklonu je nutno decentrovat přibližně 0,5 mm směrem dolů



$$\Delta OC = s'_c \tan \theta \approx 27 \tan \theta$$

$$\theta = 10^\circ \Rightarrow \Delta OC = 4,8 \text{ mm}$$



Refrakční vady – teoretická analýza

Kompenzace náklonu

$$S/C \times \theta \Rightarrow \mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}^{(c)} = \frac{1}{h} \begin{pmatrix} f_{11} \cos^2 \alpha & f_{12} \cos \alpha \\ f_{21} \cos \alpha & f_{22} \end{pmatrix}$$

$$h = 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{2n}$$

$$C^{(c)} = \pm \sqrt{(f_{11}^{(c)} + f_{22}^{(c)})^2 - 4(f_{11}^{(c)} f_{22}^{(c)} - f_{12}^{(c)} f_{21}^{(c)})}$$

$$S^{(c)} = \frac{1}{2} (f_{11}^{(c)} + f_{22}^{(c)} - C^{(c)})$$

$$\tan \theta^{(c)} = \frac{S^{(c)} - f_{11}^{(c)}}{f_{12}^{(c)}}$$

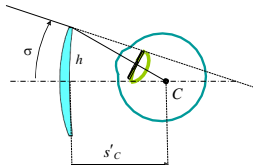
Prizmatický účinek vlivem náklonu

$$\Delta_P(\alpha) = 100 \frac{d}{n} S'_F \alpha$$

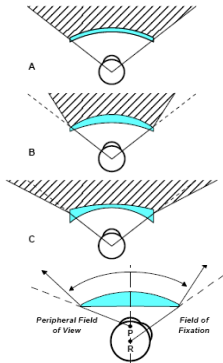
Brýlové čočky – zorné pole

Zorné pole brýlové čočky

- ✦ spojná čočka zmenšuje zorné pole
- ✦ rozptylná čočka rozširuje zorné pole



$$\sigma = \arctan [h(L'_2 - S'_F)]$$



Literatura:

- [1] ANTON, M. Refrakční vady a jejich vyšetřovací metody. Národní centrum ošetřovatelství a nelékařských zdravotnických oborů, 2.vyd., Bmo 2004. ISBN: 80-7013-402-X.
- [2] TUNNACLIFE, A.H. Introduction to Visual Optics. ABDO College of Education, 4th ed., London 2012. ISBN: 978-0900099281.
- [3] RABBETTS, R.B. Clinical Visual Optics, Butterworth-Heinemann, 4ed., London 2007. ISBN: 978-0750688741.
- [4] BENJAMIN, W. Borish's Clinical Refraction. Butterworth-Heinemann, 2ed., London 2006. ISBN: 978-0750675246.
- [5] ROSENFELD, M., LOGAN, N. Optometry: Science, Techniques and Clinical Management. Butterworth-Heinemann, 2 ed., London 2009. ISBN: 978-0750687782.
- [6] SYNEK, S., SKORKOVSKÁ, Š. Fyziologie oka a vidění. 2., dopl. a přeprac. vyd. Praha: Grada, 2014. ISBN: 978-80-247-3992-2.