



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ



Metody určování nejistot bioměření

prof. Ing. Peter Kneppo, DrSc.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

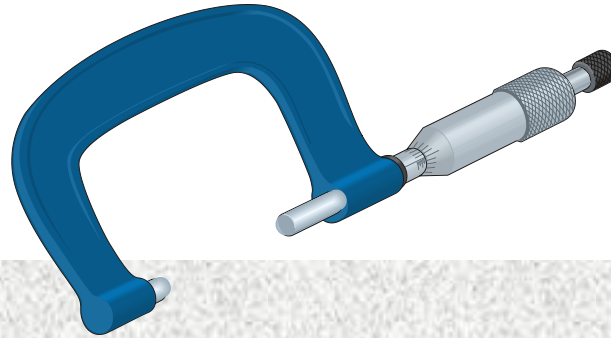


Vzniklo za podpory projektu Biomedicínské inženýrství pro znalostní ekonomiku
reg. č.: CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_018/0002242

Metrologie - věda o měření – Measurements Science

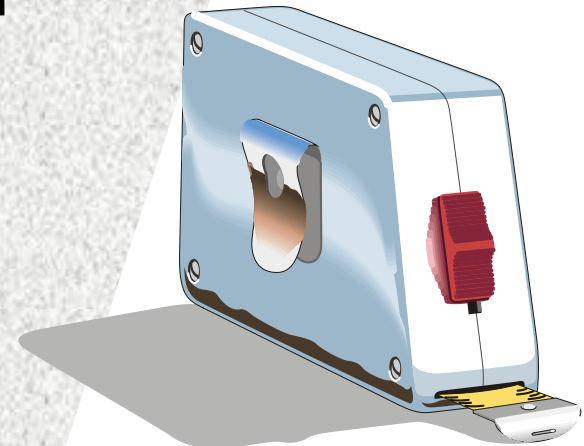
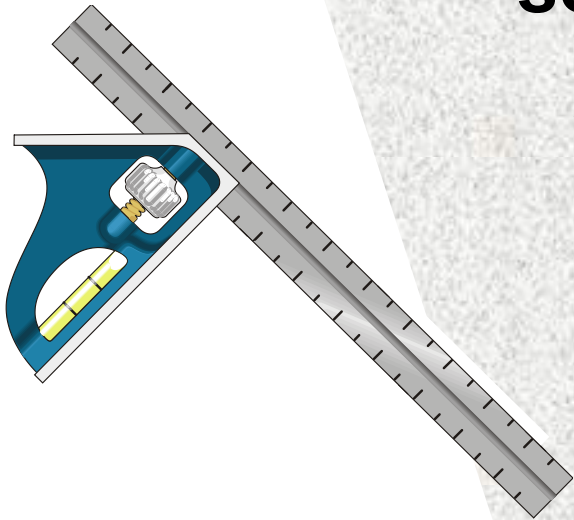
- ✓ Definice jednotek
- Měřicí metody
- Technické prostředky měření
 - o Teorie měření/metody vyhodnocení chyb/nejistoty
 - o Realizace etalonu/mezinárodní porovnávání
 - o Návaznost/metody přenosu jednotek
 - Legislativa/metrologická infrastruktura
 - o Globální metrologický systém

Měření



souhrn operací,
jejichž cílem
je stanovení

**hodnoty
měřené
veličiny**



Veličina

fyzikálně definovaná

vlastnost jevu,
tělesa nebo látky,
která se dá

kvalitativně

rozlišit a

kvantitativně

stanovit

Jednotky

- Speciálně odvozená veličina daného druhu, jejíž číselná hodnota se rovná **jedničce**, a která se používá na vyjádření hodnot veličiny daného druhu
- hodnota dané veličiny se vyjadřuje výrazem, který se skládá s čísla a jednotky

$$A = \{A\} [A] \qquad l = 2,48 \text{ m}$$

A - značka pro fyzikální veličinu

$\{A\}$ - značka pro číselní hodnotu veličiny

$[A]$ - značka pro jednotku

Sústava jednotiek

Sústavu jednotiek sa vytvorí pomocou jednotiek definovaných ako prvých pre základné veličiny – **základné jednotky**, ktoré sú rozmerovo nezávislé.

Následne sa pre každú odvodenú veličinu definuje zodpovedajúca **odvodená jednotka**, ktorá je jednoznačne určená základnými jednotkami a definičnými vzťahmi medzi príslušnými veličinami.

Medzinárodná sústava jednotiek SI (1960)

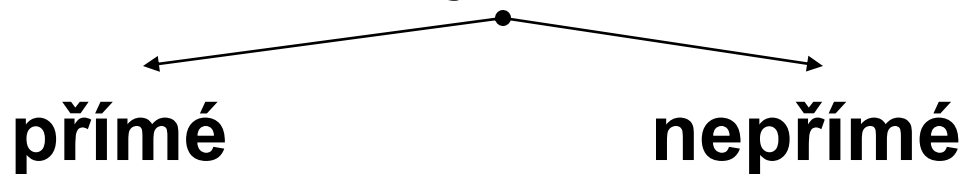
**Souhrn podrobně popsanych
operací, použitých
při uskutečňování příslušných
měření danou metodou**

Měřicí postup

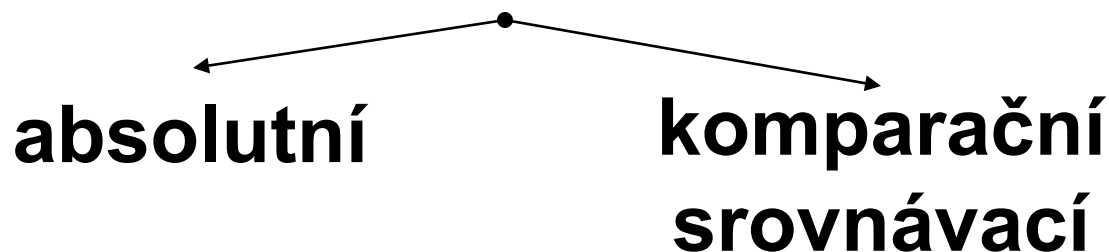
Měřicí metoda

Logická posloupnost všeobecně popsanych operací, použitých při měření

Podle **způsobu určování** měřené veličiny jsou měřicí metody



podle **způsobu měření**



Měřicí metody

Základní rozdělení metod

- **1. absolutní měřicí metody**
 - Používají se k měření základních veličin
 - Vycházejí z definice měřené veličiny, která se určí přímo nebo výpočtem ze známých základních fyzikálních veličin.
 - Prostá hodnota měřené veličiny v příslušných jednotkách
 - Nepotřebujeme znát její hodnotu v některém zvláštním případě
 - Příklad: metoda Ohmova metoda měření elektrického odporu
- **2. srovnávací měřicí metody.**
 - Změna měřené veličiny vůči zvolené referenční hodnotě
 - Hodnota měřené veličiny se srovnává se známou hodnotou veličiny téhož druhu nebo veličiny jiného druhu, jež je známou funkcí měřené veličiny
 - Všechny měřicí metody kromě metod absolutních
 - výchylkové, nulové, koincidenční a speciální.
 - Příklad: Zjištění velikosti neznámého odporu změřením úbytků napětí na jednotlivých rezistorech. Proud v obvodu musí být konstantní

podle způsobu zjišťování měřené veličiny na:

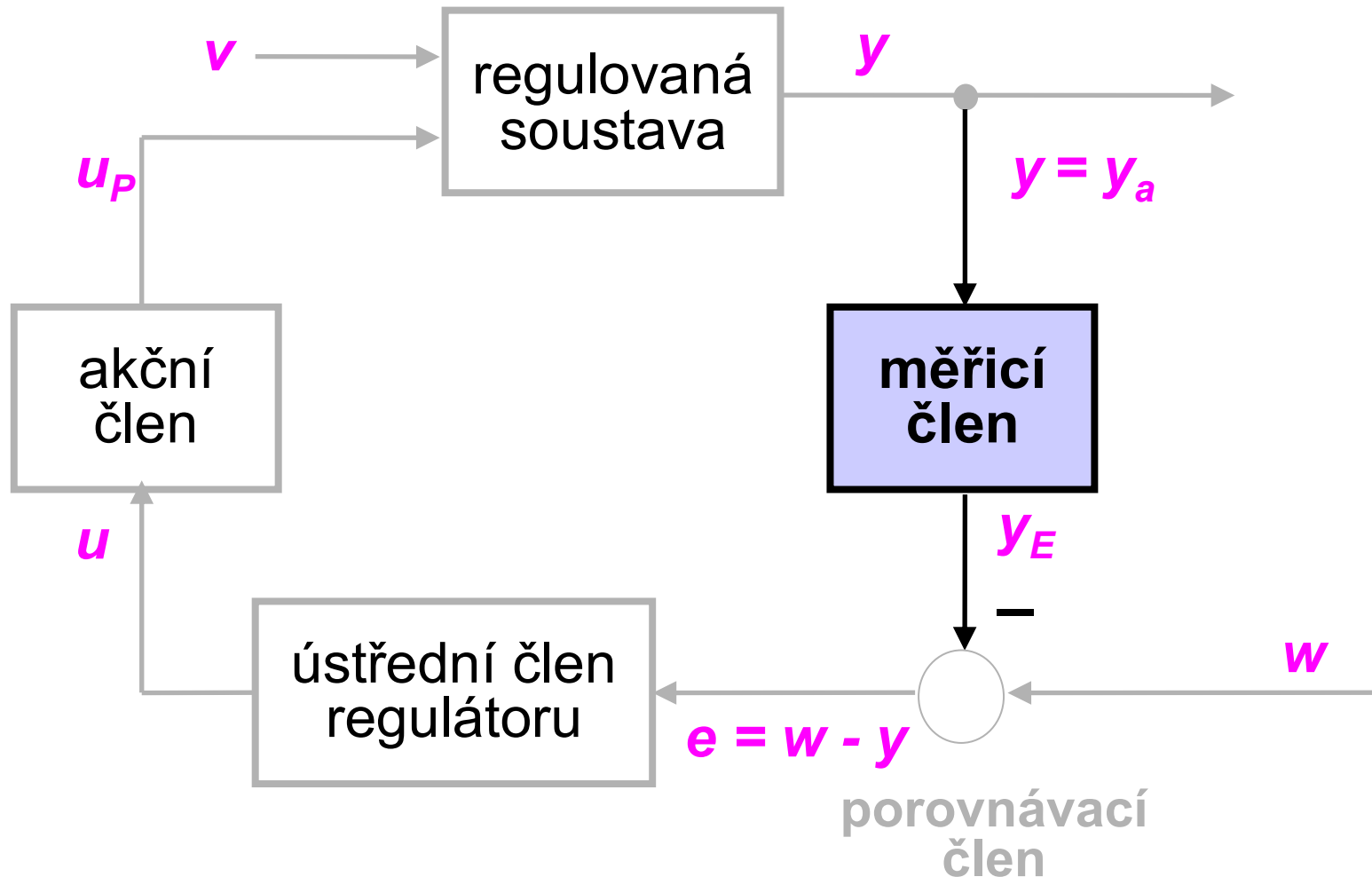
- **komparační**, kdy je hodnota měřené veličiny srovnávána s řadou různých známých hodnot veličiny téhož druhu. Hledáme hodnotu, při které se stav měřicího zařízení co nejméně liší od stavu indikovaného při měření sledované veličiny. Tato metoda poskytuje dostatečně přesný výsledek pouze v případě, že řada známých hodnot dané veličiny je dostatečně „hustá.“ Obyčejně se volí dekadická soustava, v níž se některé hodnoty opakují, např.: 1, 1, 1, 2, 5, 10, 10, 20, 50, 100, ...
- **kompenzační**, je variací metody komparační. Tuto metodu je možné použít pouze u veličin, které mohou nabývat kladné i záporné hodnoty. Metoda je založena na kompenzaci hodnoty měřené veličiny hodnotou opačného znaménka veličiny téhož druhu.
 - Tato metoda má dvě varianty – při první, tzv. **nulovací**, provedeme nejprve „úplnou“ kompenzaci, tj. vynulujeme rozdíl hodnot měřené a kompenzační veličiny. Hodnota kompenzační veličiny potom udává hodnotu měřené veličiny.
 - Druhá varianta předpokládá plynulou změnu kompenzační veličiny. Při měření dochází k plynulé změně hodnoty kompenzační veličiny až do okamžiku dosažení kompenzace veličiny měřené, kdy se měřicí zařízení ustaví do rovnovážného stavu. Hodnota měřené veličiny je potom rovna hodnotě kompenzační veličiny.

Měřicí prostředky

- technické prostředky potřebné na uskutečnění měření (měřidla, měřicí převodníky, pomocné měřicí zařízení, referenční materiály). Dále se používají názvy: měřicí zařízení, měřicí systém.
- Měřidla jsou technické prostředky určené na měření (měřicí přístroj, zhmotněné míry).

Měřicí přístroj

Měřicí člen jako součást regulačního obvodu



Skladba měřicího řetězce



u - měřená veličina

y_E - výstupní veličina

- **snímač (senzor)**

- vstupní blok měřicího řetězce
- je v přímém styku s měřeným objektem
- primární zdroj informace, snímá sledovanou veličinu a transformuje na měřicí veličinu (nejčastěji na elektrickou)
- pojmy: snímač, senzor, čidlo

- **převodník**

- transformuje měřicí veličinu obvykle na unifikovaný signál

- **vyhodnocovací zařízení**

- koncový blok řetězce,
- výstupem je indikace, zápis, signál pro vstup regulátoru

Základní požadavky na měření

- volba druhu měřených veličin
- počet měřených veličin
- volba přesnosti měření
- počet měření
- volba měřicí metody s ohledem na požadovanou přesnost
- počet odběrových měřicích míst
- přístrojové vybavení
- druh rušivých vlivů
- volba ochrany před rušivými vlivy
- spolehlivost přístrojového vybavení
- časová náročnost měření
- dostupnost etalonů
- vliv dynamiky měřicího zařízení
- financování měření
- kvalifikační požadavky na obsluhující personál

základní pojmy – měření

měření

soubor činností, jejichž cílem je stanovit hodnotu veličiny

measurement

měřená veličina

blíže určená veličina, která je předmětem měření

measurand

výsledek měření

hodnota získaná měřením přisouzená měřené veličině

**result of a
measurement**

údaj (měřícího přístroje); indikace (měřícího přístroje)

hodnota veličiny udávaná měřicím přístrojem

**indication (of a meas.
instrument)**

základní pojmy – veličina a její hodnota

(měřitelná) veličina

vlastnost jevu, tělesa nebo látky, kterou lze kvalitativně rozlišit a kvantitativně určit

(measurable) quantity

hodnota (veličiny)

velikost blíže určené veličiny obecně vyjádřená jako (měřicí) jednotka násobená číselnou hodnotou

value (of a quantity)

délka tyče: 5,34 m nebo 534 cm; hmotnost tělesa: 0,152 kg nebo 152 g;

pravá hodnota (veličiny)

hodnota, která je ve shodě s definicí dané blíže určené veličiny

true value (of a quantity)

Jedná se o hodnotu, která by byla získána perfektním měřením. Pravé hodnoty jsou neurčité; v podstatě je nelze určit.

konvenčně pravá hodnota (veličiny)

hodnota, která je přisuzována blíže určené veličině a přijatá, někdy konvencí, jako hodnota jejíž nejistota je vyhovující pro daný účel

conventional true value

základní pojmy – přesnost měření

přesnost měření

těsnost shody mezi výsledkem měření a pravou hodnotou měřené veličiny

accuracy of measurement

nejistota měření

parametr přidružený k výsledku měření, který charakterizuje rozptyl hodnot, které by mohly být důvodně přisuzovány k měřené veličině

uncertainty of measurement

Základ - GUM

Např. směrodatná odchylka (nebo její daný násobek) nebo polovina šířky intervalu, jehož konfidenční úroveň je stanovena.

chyba (měření)

výsledek měření minus pravá hodnota měřené veličiny

error (of measurement)

přesnost měřicího přístroje

schopnost měřicího přístroje poskytovat výstupní signály blízké pravé hodnotě. Termín "přesnost" je kvalitativní pojem.

accuracy of a measuring instrument

základní pojmy – chyby měřidla

chyba (indikace) měřicího přístroje

rozdíl indikace měřicího přístroje a pravé hodnoty odpovídající vstupní veličiny

error (of indication) of a measuring instrument

Protože pravá hodnota nemůže být stanovena používá se v praxi konvenčně pravá hodnota. Tento pojem se vztahuje zejména na případy, kdy přístroj je porovnáván s referenčním etalonem.

největší dovolené chyby (měřicího přístroje);

meze dovolené chyby (měřicího přístroje)

extrémní hodnoty chyby, které jsou pro daný měřicí přístroj dovoleny specifikacemi, předpisy, atd.

maximum permissible errors (of a measuring instrument); limits of permissible error (of a measuring instrument)

Metrologické charakteristiky

Charakterizují jednotlivé metrologické
vlastnosti

Metrologické vlastnosti

vlastnosti přímo související
s procesem a výsledky měření

Základní parametry přístrojů

- **Statické vlastnosti senzoru**
 - vyjadřuje vlastnosti při neměnném (DC) nebo velmi pomalu měnícím se signálu
- **Dynamické vlastnosti**
 - vyjadřují chování na rychle měnící se signál – odezva na skokovou změnu nebo harmonických signál
- **Další vlastnosti**

Dynamické vlastnosti

- **Přechodová charakteristika** – je průběh výstupní veličiny v závislosti na čase při skokové změně vstupní veličiny.
- **Frekvenční charakteristika** – udává závislost přenosu a fázového úhlu na frekvenci, tj. rozdíl amplitudy a fáze výstupního signálu oproti signálu vstupnímu v závislosti na frekvenci.

Dynamické vlastnosti

- měřená a výstupní veličina je funkcí času
- dynamický systém lze popsat lineární nebo po částech lineární diferenciální rovnicí s konstantními koeficienty
- přenosová funkce (p) a kmitočtová charakteristika ($j\omega$):

$$F(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = K \frac{(1 + pT_1)(1 + pT_2)\dots(1 + pT_m)}{(1 + pt_1)(1 + pt_2)\dots(1 + pt_n)}$$

parametry:

časová odezva a konstanta, šířka pásma, frekvenční rozsah, rychlost přenosu, atd.

Statické vlastnosti

- rozsah stupnice
- nominální rozsah (stupnice)
- nominální rozpětí (stupnice)
- měřicí rozsah (přístroje)
- měřicí rozpětí (přístroje)
- nominální hodnota výstupního signálu
- kalibrační křivka
- korekce
- třída přesnosti
- reprodukovatelnost
- pohyblivost
- rozlišitelnost
- stálost (stabilita)
- přetížení
- citlivost $C = \Delta y / \Delta u$
- neutrálnost (transparence)
- transformační funkce

Nejčastěji používané charakteristiky měřicího zařízení jsou:

- **Rozsah** měřicího zařízení – je určen rozdílem maximální a minimální hodnoty měřené veličiny, který může měřicí zařízení indikovat.
- **Rozlišitelnost** měřicího zařízení – je nejmenší indikace zobrazovacího zařízení měřicího přístroje, která může být prokazatelně rozlišena.
- **Citlivost** měřicího zařízení – je nejmenší změna měřené veličiny, která je měřicím zařízením indikována. Závisí na rozlišitelnosti daného měřicího zařízení.
- **Třída přesnosti** měřicího zařízení – je minimální nejistota měřicího zařízení garantovaná výrobcem měřicího zařízení při dodržení pracovních podmínek.
- **Linearita** měřicího zařízení – je určena změnou v rámci měřicího rozsahu. Pokud to dovoluje princip měření, je snahou výrobců měřicího zařízení udržet rozlišitelnost v celém rozsahu konstantní.
- **Stálost** měřicího zařízení – je schopnost měřicího zařízení zachovávat své metrologické charakteristiky.
- **Doba odezvy** měřicího zařízení – je nejkratší časový interval, po jehož uplynutí je měřicí zařízení schopno provést opakované měření měřené veličiny.

Klasifikace chyb měření

Chyby měření se ze statistického hlediska dělí na:

- **Náhodné chyby** – neopravitelné
- **Systematické chyby** - opravitelné, i když vlastní realizace může být časově náročná a těžko uskutečnitelná
- **Hrubé chyby** – způsobené vadnou funkcí přístrojů, nebo selháním lidského faktoru

Všechny chyby se mohou při měření vyskytovat současně a je třeba realizovat jejich rozbor, identifikaci a kvantifikaci, aby bylo možné rozeznat, jakou měrou ovlivňují konečný výsledek.

Dalším zdrojem chyb mohou být chyby zaokrouhlování a chyby matematického modelu.

Statické vlastnosti – chyby (nejistoty)

- největší dovolená chyba (nejistota)
- redukováná chyba
- chyba údaje (měřidla)
- základní a doplňková chyba
- chyba linearity
- aditivní chyby
- multiplikační chyba
- chyba hystereze

Chyba

Chyba údaje *měřidla* je údaj měřidla minus skutečná hodnota měřené veličiny.

Protože pravou hodnotu v praxi nepoznáme, nahrazujeme ji konvenčně pravou hodnotou. V případě zhmotněné míry zodpovídá údaj hodnotě, která je na ní vyznačená.

Chyba *měření* je výsledek měření minus skutečná (konvenčně pravá) hodnota měřené veličiny.

Základní a doplňková chyba měřidla

Chyby měřidla určené v referenčních podmínkách jsou základní chyby. Přírůstky chyb vznikající odchylkami od referenčních podmínek se vyznačují přívlastkem doplňkové nebo přídavní. Výsledná chyba při nedodržení referenčních podmínek je daná součtem základní a doplňkové chyby.

Kvantifikace vyjádření chyby

Pokud provedeme 1 měření, získáme výsledek x_i , který se obvykle liší od skutečné hodnoty μ_0 (nejčastěji neznámé). Chybu e_i naměřené veličiny potom počítáme jako rozdíl:

$$e_i = x_i - \mu_0$$


The diagram illustrates the calculation of error e_i as the difference between a measured value x_i and a true value μ_0 . It features a horizontal line with two vertical tick marks. The tick mark on the left is labeled x_i and the one on the right is labeled μ_0 . A double-headed horizontal arrow is drawn above the line, connecting the two tick marks, representing the magnitude of the error $e_i = x_i - \mu_0$.

Pokud provedeme určitý počet měření představujících **náhodný soubor**, můžeme vypočítat jejich **výběrový průměr** \bar{x} , který je **odhadem** střední hodnoty μ_0 **základního souboru**.

Je potřeba důsledně rozlišovat veličiny získané na základě malého počtu měření, které se označují jako **výběrové** a veličiny, které reprezentují **základní statistický soubor**.

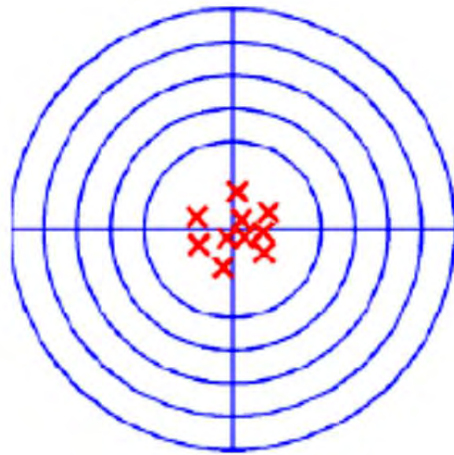
Největší dovolená chyba

Extrémní hodnota chyby přípustná pro dané měřidlo v souladu s jeho specifikací, normativy a předpisy.

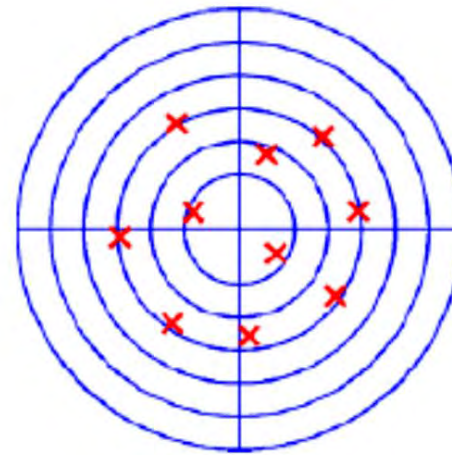
Redukovaná chyba

Podíl chyby měřidla a hodnoty specifikované pro dané měřidlo. Specifikovaná hodnota se ve všeobecnosti nazývá konvenční hodnota a může nou být měřící rozpětí nebo horná mez měřícího rozsahu přístroje.

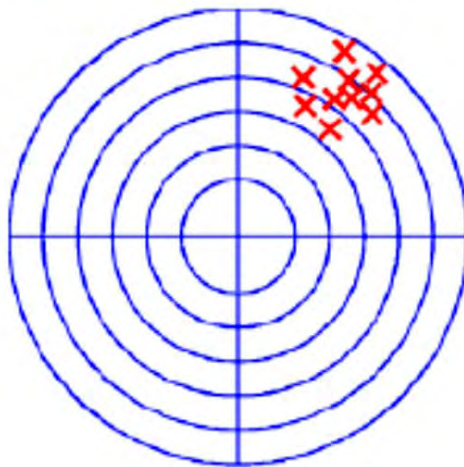
Správnost a přesnost měření



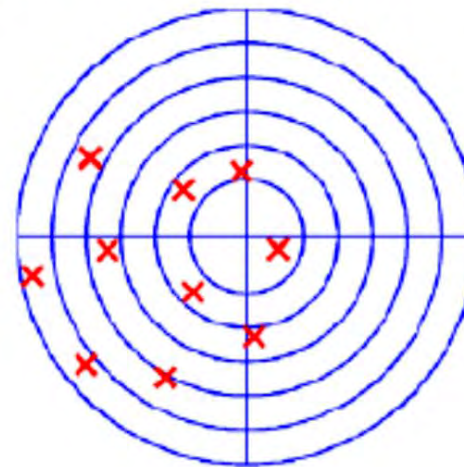
Přesné a správné měření



Nepřesné a správné měření



Přesné a nesprávné měření



Nepřesné a nesprávné měření

správnost –
souvisí se
systematickými
chybami.

přesnost –
souvisí
s náhodnými
chybami.

Nejistoty v měření

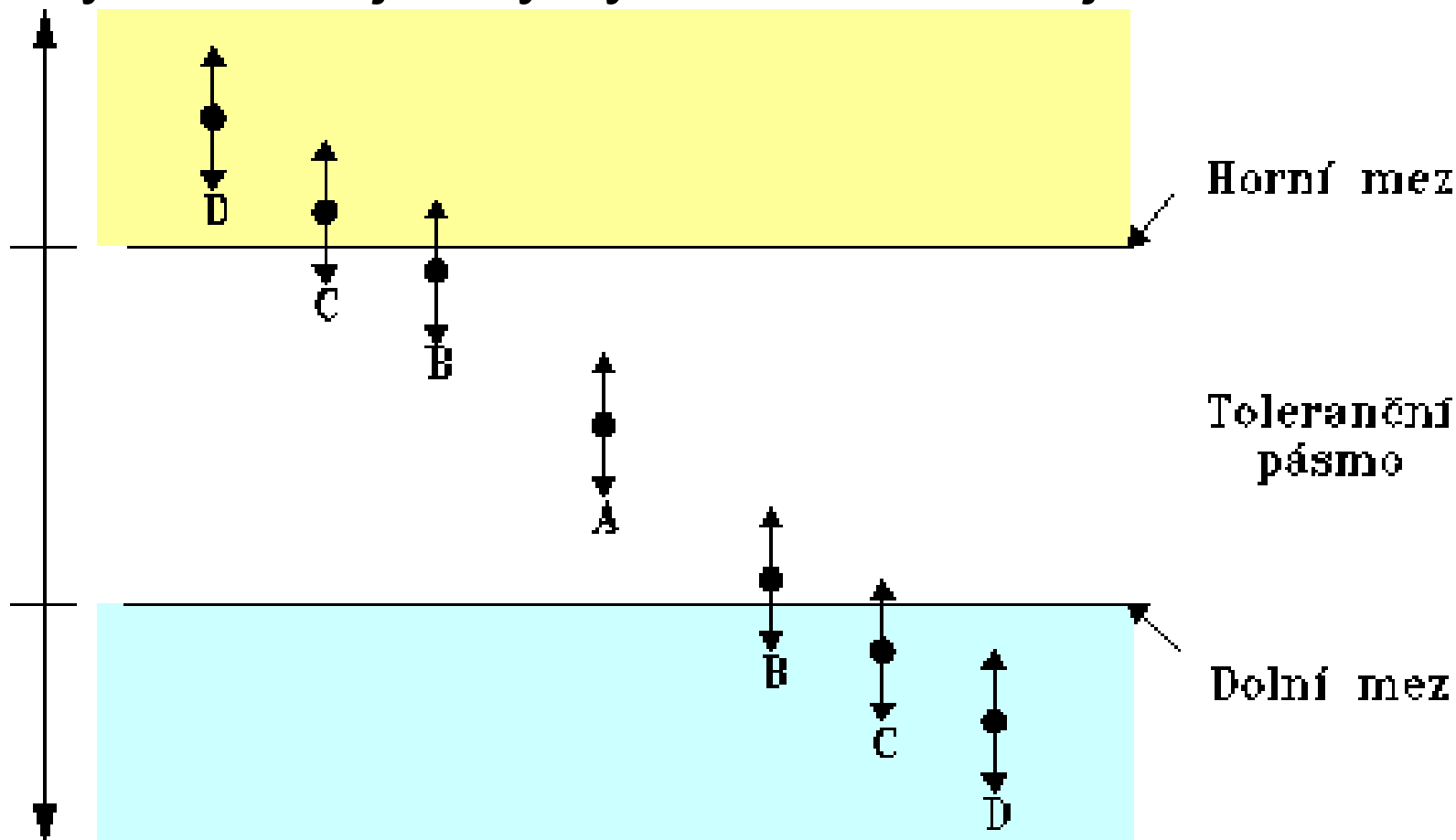
- Základním parametrem jakosti výsledku měření je nejistota měření.
- Nejistota měření je stanovena na základě kvantifikace příspěvku všech chyb měření (náhodných i systematických), které mohou výsledek měření významně zatížit, a v podstatě vymezuje interval, o němž se s určitou úrovní konfidence předpokládá, že do něj výsledek měření padne.
- Nejistota měření je neoddělitelnou součástí jakéhokoli výsledku měření a hraje významnou roli v případech, kdy se výsledky měření vztahují k nějaké mezní hodnotě.
- Precizní stanovení nejistoty měření je nesporně součástí správné laboratorní praxe a poskytuje laboratořím i jejich zákazníkům velmi cennou informaci o kvalitě a spolehlivosti měření nebo kvantitativního zkoušení.

Nejistota v měření

- Nejistota měření je parametr přidružený k výsledku měření, který charakterizuje rozptýlení hodnot, které mohou být důvodně přisuzovány měřené veličině
- Výsledek bez informace o nejistotě stanovení je poloviční (žádný ?) výsledek
- Nejistota neznamena pochybnost o platnosti výsledku – naopak znamená zvýšenou důvěru v jeho validitu

*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement,
ISO, 1995*

Význam nejistoty výsledku měření je znázorněn



- Bod A Vyhovuje - hodnota i nejistota jsou v tolerančním pásmu
- Body B Nevyhovují - hodnota je v tolerančním pásmu, nejistota však hranice tolerančního pásma překračuje
- Body C Nevyhovují - hodnota je mimo toleranční pásmo, nejistota do tolerančního pásma zasahuje
- Body D Nevyhovují - hodnota i nejistota jsou mimo toleranční pásmo

Nejistoty v měření

- začátek r. 1977:
 - poznání, že neexistuje jednotný mezinárodně uznávaný přístup k provádění odhadů a stanovování nejistot měření vedl k tomu, že **Mezinárodní výbor pro míry a váhy (CIPM)** přidělil **Mezinárodnímu úřadu pro míry a váhy (BIML)** zakázku na vyřešení tohoto problému.
- r. 1980 doporučení INC-1:
 - „**Vyjadřování experimentálních nejistot**“
 - Toto doporučení bylo schváleno **CIPM** 1986

Nejistoty v měření

- Cílem dokumentu je
 - jednotnost vyjadřování nejistot měření,
 - posuzování nejistot měření v kalibračních laboratořích a jejich uvádění v kalibračních certifikátech.
- Za vrcholový dokument lze považovat *Směrnici*, kterou vydaly mezinárodní orgány ISO, IEC, OIML a BIPM pod názvem **Guide to Expression of the Uncertainty of Measurement (GUM)**.

Nejistoty v měření

GUIDE TO THE EXPRESSION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENT

CORRECTED AND REPRINTED, 1995

Nejistoty v měření

BIPM	International Bureau of Weights and Measures
IEC	International Electrotechnical Commission
IFCC	International Federation of Clinical Chemistry
ISO	International Organization for Standardization
IUPAC	International Union of Pure and Applied Chemistry
IUPAP	International Union of Pure and Applied Physics
OIML	International Organization of Legal Metrology

Nejistoty v měření

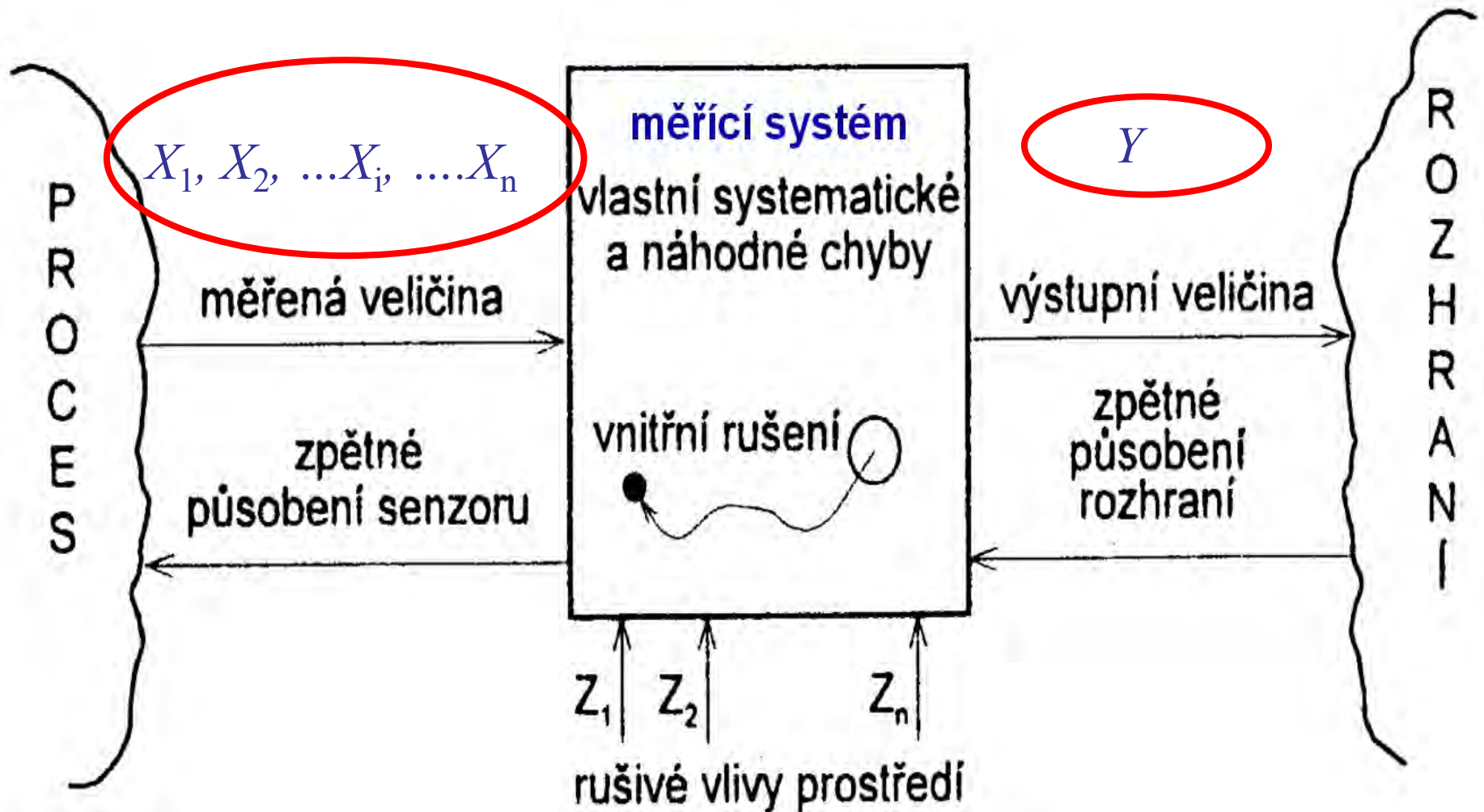
Guide to the Expression of Uncertainty of Measurements, (Směrnice pro vyjadřování nejistot měření), Mezinárodní organizace pro normalizaci (ISO), Geneve, 1993, 1995

Definice:

- ***měřená hodnota*** je střední prvek souboru, který reprezentuje měřenou veličinu
- ***nejistota měření*** je parametr (tj. číslo) přiřazený k výsledku měření, charakterizující rozptýlení výsledků opakovaných měření okolo měřené hodnoty

Nejistoty v měření

Příčiny vzniku nejistot měření



Nejistoty v měření

- V ČR byl pojem *nejistota měření* zaveden do etalonáže a měření vydáním:
- TPM 0050 – 92 „*Etalony - Vyjadřování chyb a nejistot*“ a
- TPM 0051 – 93 „*Stanovení nejistot při měření*“.
- V současné době se politika v oblasti vyhodnocování výsledků a kvantitativním vykazováním jejich spolehlivosti o související nejistoty řídí metodikou doporučenou ČIA v souvislosti s aplikací normy ČSN ISO/IEC 17025:2005“

Nejistoty v měření

- **Nejistotou** měření (výsledku měření) se rozumí parametr charakterizující **rozsah (interval) hodnot okolo výsledku měření**, který je možné odůvodněně přiřadit hodnotě veličiny.
- **Standardní nejistota μ** - základní charakteristika nejistoty. Je to nejistota vyjádřená hodnotou standardní odchylky.

Podle způsobu vyhodnocení se standardní nejistoty člení na:

- **Standardní nejistoty typu A (μ_A)** získané z opakovaných měření hodnoty veličiny
- **Standardní nejistoty typu B (μ_B)** získané jiným způsobem, než z opakovaných měření.

Nejistoty v měření

Zákon šíření nejistot

Výstupní veličina Y je f funkcí n vstupných veličin X_1, X_2, \dots, X_n . Veličiny X_1, X_2, \dots, X_n jsou **přímo** měřené veličiny, ovlivňující veličiny, korekce, fyzikální konstanty atd., které přímo měříme nebo poznáme jejich odhady, nejistoty a kovariance z jiných zdrojů. Platí teda

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Zákon šíření nejistot

Odhady y výstupné veličiny Y se určí

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

kde x_1, x_2, \dots, x_n jsou odhady X_1, X_2, \dots, X_n

Základní číselná charakteristika nejistoty měření je *standardní nejistota*.

- Je to tzv. *směrodatná odchylka* veličiny, pro niž je nejistota uváděna, čili odmocnina z rozptylu (disperse) této veličiny.
- Standardní nejistota se označuje symbolem u (z anglického *uncertainty = nejistota*).

Nejistota měření obsahuje řadu složek, které se podle svého vyhodnocování dělí na:

a) *standardní nejistoty typu A* (označení u_A), jsou stanoveny z výsledků opakovaných měření (statistickým zpracováním řady naměřených hodnot),

b) *standardní nejistoty typu B* (označení u_B), získané jinými způsoby

Standardní nejistota typu A

- Standardní nejistota typu A značená u_a
 - Přímé měření jedné veličiny
 - Je způsobená náhodnými vlivy
 - Statistické zpracování opakovaného měření stejného předmětu za stejných podmínek
 - Je rovna směrodatné odchylce aritmetického průměru všech výsledků měření
 - Čím více měření, tím je menší
 - Pokud je méně měření než 10 – x součinitel

Vyhodnocení standardních nejistot *typu A*

Statistické zpracování série opakovaných měření - n nezávislých stejně přesných pozorování $n > 1$).

- **Hodnota měřené veličiny X je aritmetický průměr naměřených hodnot.**
- **Nejistota měřené hodnoty je tzv. směrodatná odchylka aritmetického průměru.** Vypočte se podle vzorce:

$$u_A(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

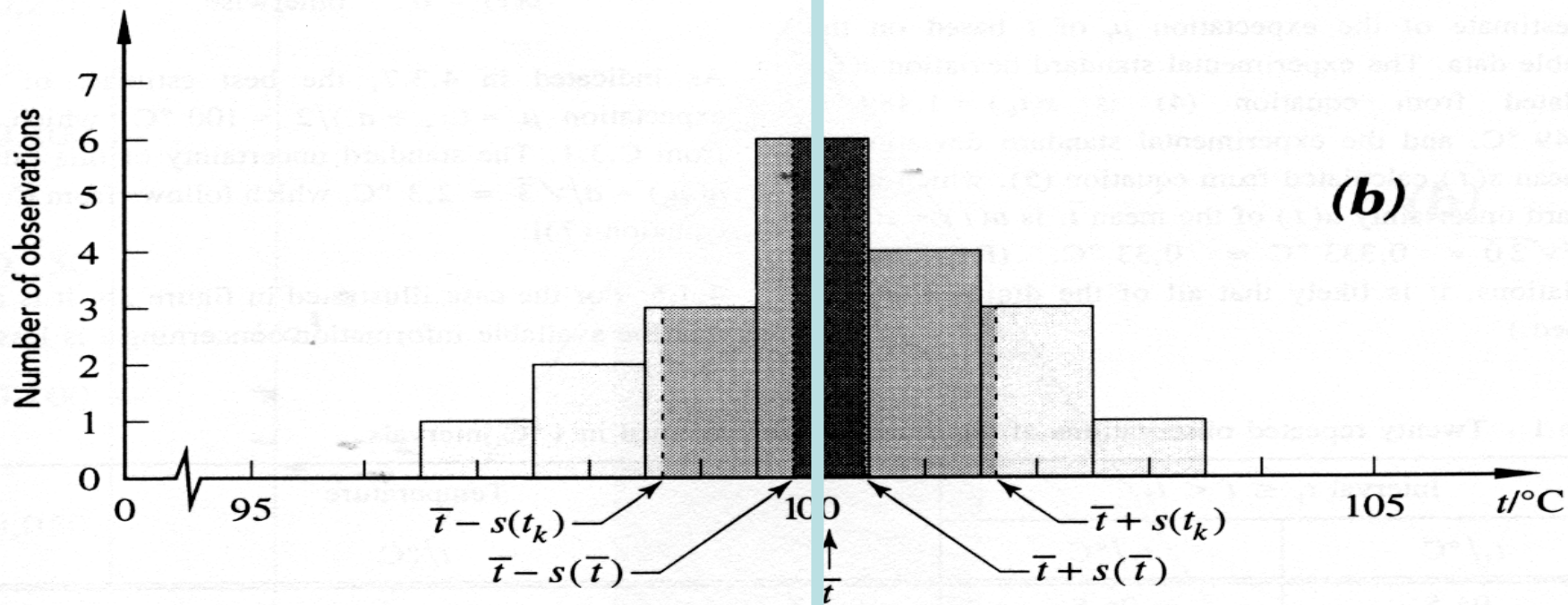
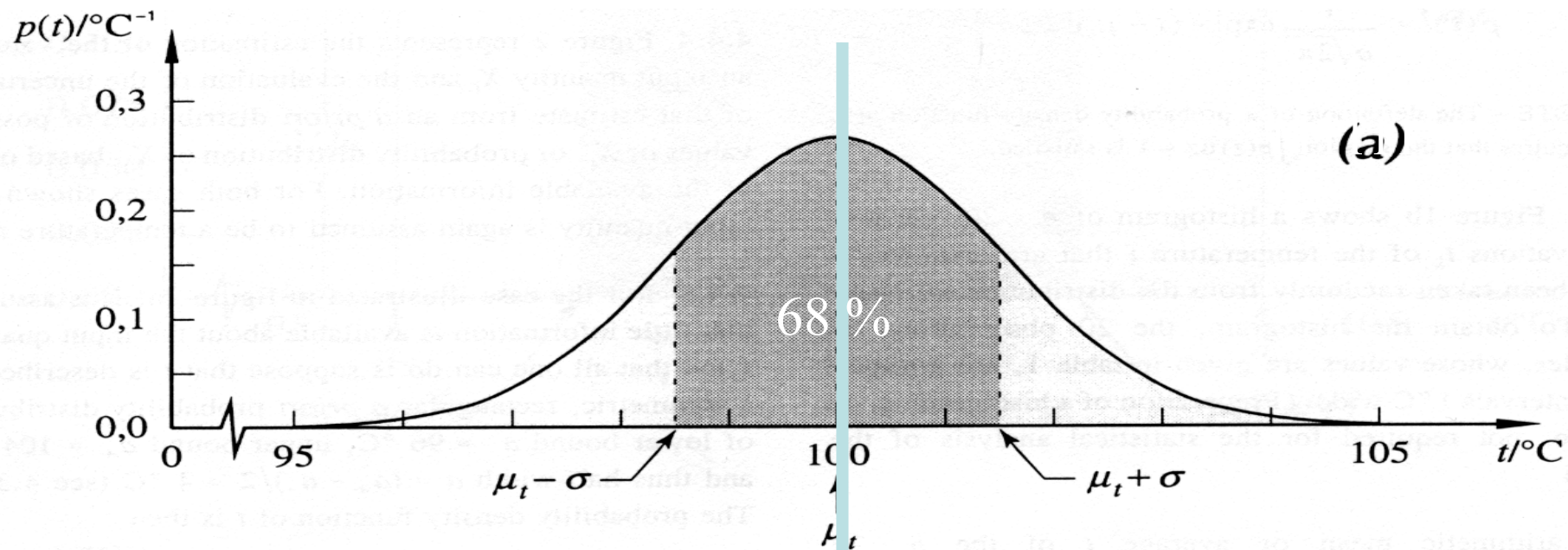
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- je experimentální směrodatná odchylka (odhad směrodatné odchylky) *aritmetického průměru*,
- n je počet opakování měření.

Standardní nejistota typu A

- Směrodatná odchylka výběrových průměrů je zvolena za standardní nejistotu typu A

$$u_A = \bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$



Nejistoty v měření

- Nejistoty typu B se váží na známé, identifikované zdroje, na rozdíl od nejistot typu A, kde se příčiny náhodných chyb považují za všeobecně neznámé.
- Charakteristickou vlastností nejistot typu A je, že jejich hodnoty s rostoucím počtem opakovaných měření klesají, zatímco hodnoty nejistot typu B nezávisí na počtu měření.

Standardní nejistota typu B

- Standardní nejistota typu **B** značená u_b
 - Odhadnutelné systematické (nenáhodné) vlivy
 - Spojení jednotlivých složek z každého kroku postupu měření
 - Nejprve je potřeba stanovit (odhadnout) zdroje systematických chyb (složky nejistot)
 - Určit zda je potřeba je uvažovat či zanedbat

Standardní nejistoty typu (kategorie) B (označení u_B)

- Jsou získány jinak než statistickým zpracováním výsledků opakovaných měření.
- Jsou vyhodnoceny pro **příčiny, které se podařilo identifikovat pro konkrétní měření.**
- - Hodnota u_B **nezávisí na počtu opakování měření.**
- - Složky nejistoty typu B pocházející od různých zdrojů se slučují do **výsledné standardní nejistoty typu B.**

(Zdroji nejistoty jsou např. *chyby měřicích přístrojů, tolerance pasivních prvků měřicího obvodu, změny teploty laboratoře*)

Zdroje nejistot

- Nedokonalá či neúplná definice měřené veličiny nebo její realizace
- Nevhodný výběr přístroje (rozlišovací schopnost aj.)
- Nevhodný (nereprezentativní) výběr vzorků měření
- Nevhodný postup při měření
- Zjednodušení (zaokružlování) konstant a převzatých hodnot
- Linearizace, aproximace, interpolace anebo extrapolace při vyhodnocení
- Neznámé nebo nekompenzované vlivy prostředí
- Nedodržení shodných podmínek při opakovaných měřeních
- Subjektivní vlivy obsluhy
- Nepřesnost etalonů a referenčních materiálů.

Rámcový postup stanovení nejistot při vyhodnocení typu B

- vytipují se možné zdroje nejistot Z_1, Z_2, \dots, Z_p
- určí se standardní nejistota u_{Z_i} každého zdroje (převzetí ze certifikátů, dokumentace, tabulek, norem nebo odhadem)
- posoudí se korelace mezi jednotlivými zdroji a stanoví se odhad korelačního koeficientu $r(z_i, z_j)$
- určí se vztah mezi veličinou X a jednotlivými zdroji nejistot Z_1, Z_2, \dots, Z_p

$$X = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_p)$$

V případě když odhady zdrojů nejistot z_1, z_2, \dots, z_p jsou **nekorelované** potom nejistotu odhadu x měřené veličiny X určíme pomocí linearizaci funkce f rozvojem do Taylorovho radu a zanedbáním vyšších členů

$$u_B^2(x) = \sum_{i=1}^p A_i^2 u^2(z_i)$$

přičemž pro koeficienty (citlivostní, převodové)

$$A_i = \left. \frac{\partial f(z_1, z_2, \dots, z_p)}{\partial z_i} \right|_{z_1 = z_1, \dots, z_p = z_p}$$

Standardní nejistota typu B

- Velikost složek nejistot Δz_{\max} lze získat
 - Z kalibračního listu měřidla
 - Z údajů výrobce jednotlivých měřidel (pokud není kalibrace možná)
 - Chyba čtení – nejmenší dílek analogové stupnice
 - Nepřesnost metody
 - maximálně přípustná chyba z literatury
 - informace z předchozích měření
 - mezilaboratorní testy

Rozšířená nejistota

- Výsledek měření si zaslouží zcela jistě prezentaci pomocí nejistoty rozšířené s koeficientem rozšíření $k_r = 2$ (skutečná průměrná teplota se nachází v intervalu nejistoty s asi 95% pravděpodobností), takže zápis nabude formy $t = (24,50 \pm 1,28)^\circ\text{C}$ (při zaokrouhlení na dvě platná místa).

Vyhodnocení standardní nejistoty metodou typu B

- Když certifikáty, dokumentace od výrobců nebo jiné parametre uvádějí rozšířenu nejistotu U a koeficient rozšíření k

$$u(z_i) = \frac{U}{k}$$

Vyhodnocení standardní nejistoty metodou typu B

- Interval ve kterém hodnota měřené veličiny s velkou pravděpodobností leží, je roven $\langle -\Delta_p, +\Delta_p \rangle$;
- Předpokládáme, že se jedná o rovnoměrné rozložení;
- nejistotu údaje přístroje vypočteme ze vztahu:

$$u_B = \sigma = \frac{\Delta_P}{\sqrt{3}}$$

Vyhodnocení standardní nejistoty metodou typu B

- Když nejistota typu B se vypočte z p zdrojů:

$$u_B(y) = \sqrt{u_{B_1}^2(y) + u_{B_2}^2(y) + \dots + u_{B_p}^2(y)}$$

zdroje nejistot Z_1, Z_2, \dots, Z_p

Kombinovaná standardní nejistota u_C

- získá se sloučením (geometrickým součtem) standardní nejistoty typu A (u_A) s výslednou standardní nejistotou typu B (u_B):

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$$

Rozšířená nejistota

- *Rozšířená nejistota* označená $U(x)$ je definována jako *součin kombinované standardní nejistoty* u_c a *koeficientu rozšíření* k :

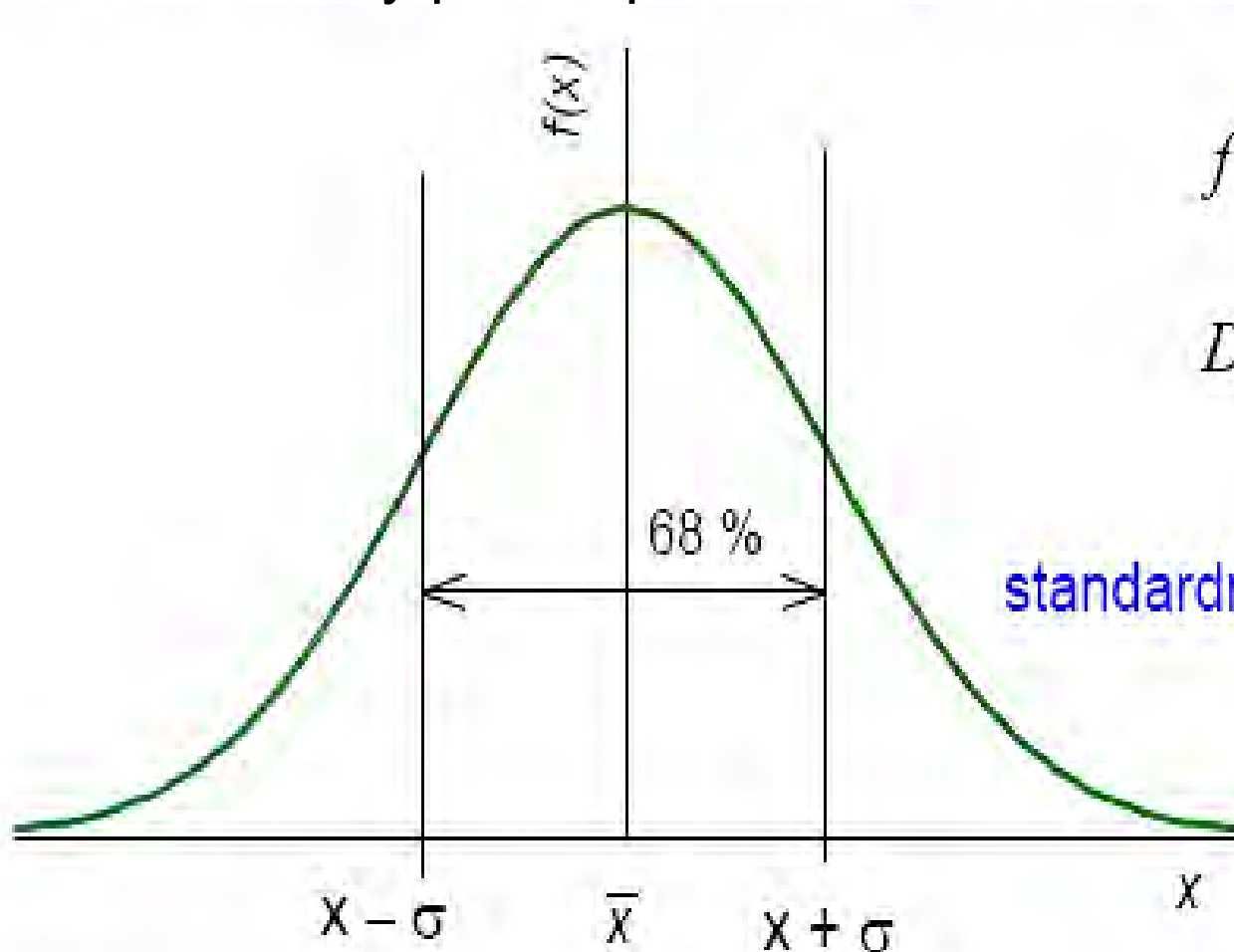
$$U(x) = k u_c(x)$$

- S rozšířenou nejistotou **je nutno vždy uvést číselnou hodnotu koeficientu rozšíření k** . Nejčastěji se používá hodnot k z *intervalu* $\langle 2, 3 \rangle$, obvykle je $k = 2$.
- Pro **$k = 2$** je pravděpodobnost, že skutečná hodnota leží v intervalu udaném rozšířenou nejistotou pro normální rozložení 95 % a pro (ideální) rovnoměrné rozdělení je 100 %.

Fyzikální význam standardní nejistoty

- Standardní nejistota je směrodatná odchylka (odmocnina z rozptylu) měřené veličiny x .
- Nejčastěji používaná rozdělení pravděpodobnosti:
 - rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti – předpokládá, že všechny hodnoty měřené veličiny jsou stejně pravděpodobné (u nejistot typu B)
 - normální (Gaussovo) rozdělení pravděpodobnosti – jeho tvar je dán gaussovou křivkou (u nejistot typu A)

U veličiny rozdělené podle *normálního rozdělení pravděpodobnosti* představuje standardní nejistota polovinu šířky intervalu, v jehož středu leží výsledek měření (průměrná hodnota opakovaných měření) veličiny x a ve kterém s pravděpodobností 68 % leží skutečná hodnota veličiny x .
Funkce hustoty pravděpodobnosti:

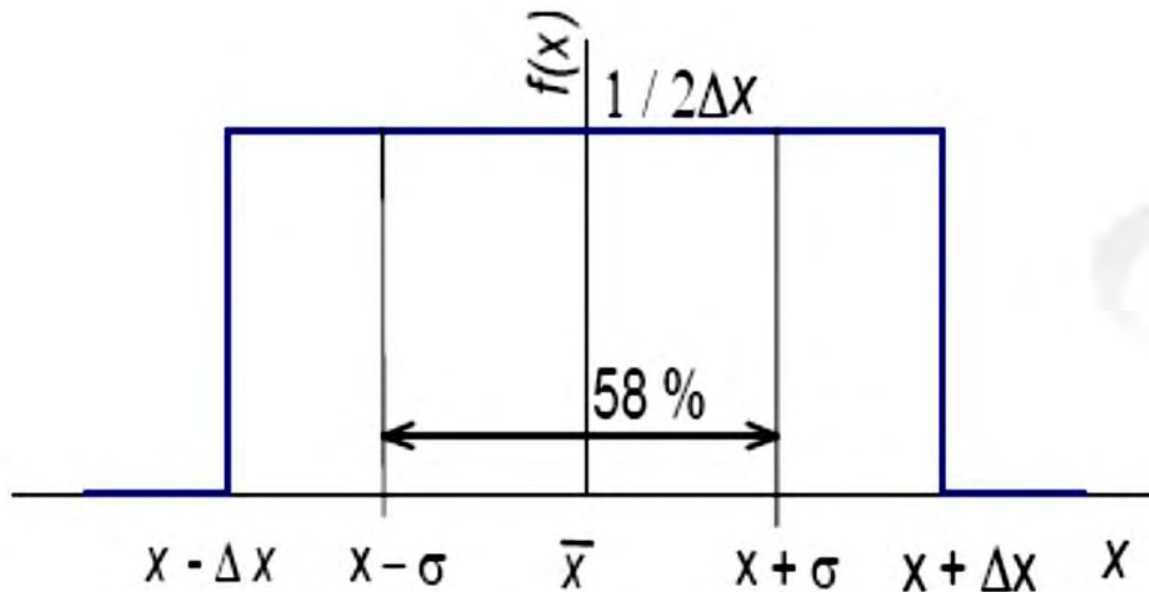


$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$
$$D(x) = \sigma^2, \quad u = \sigma$$

standardní u nejistoty typu A;

U veličiny rozdělené podle *rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti* o šířce $2\Delta x$ v jehož středu leží výsledek měření veličiny x (tj. všechny hodnoty této veličiny leží v intervalu $\pm\Delta x$ okolo výsledku měření) je standardní nejistota rovna $\Delta x/\sqrt{3}$. Pravděpodobnost, že v intervalu $x \pm u$ leží skutečná hodnota veličiny x je v tomto případě 58%.

Hustota pravděpodobnosti rovnoměrného rozdělení .

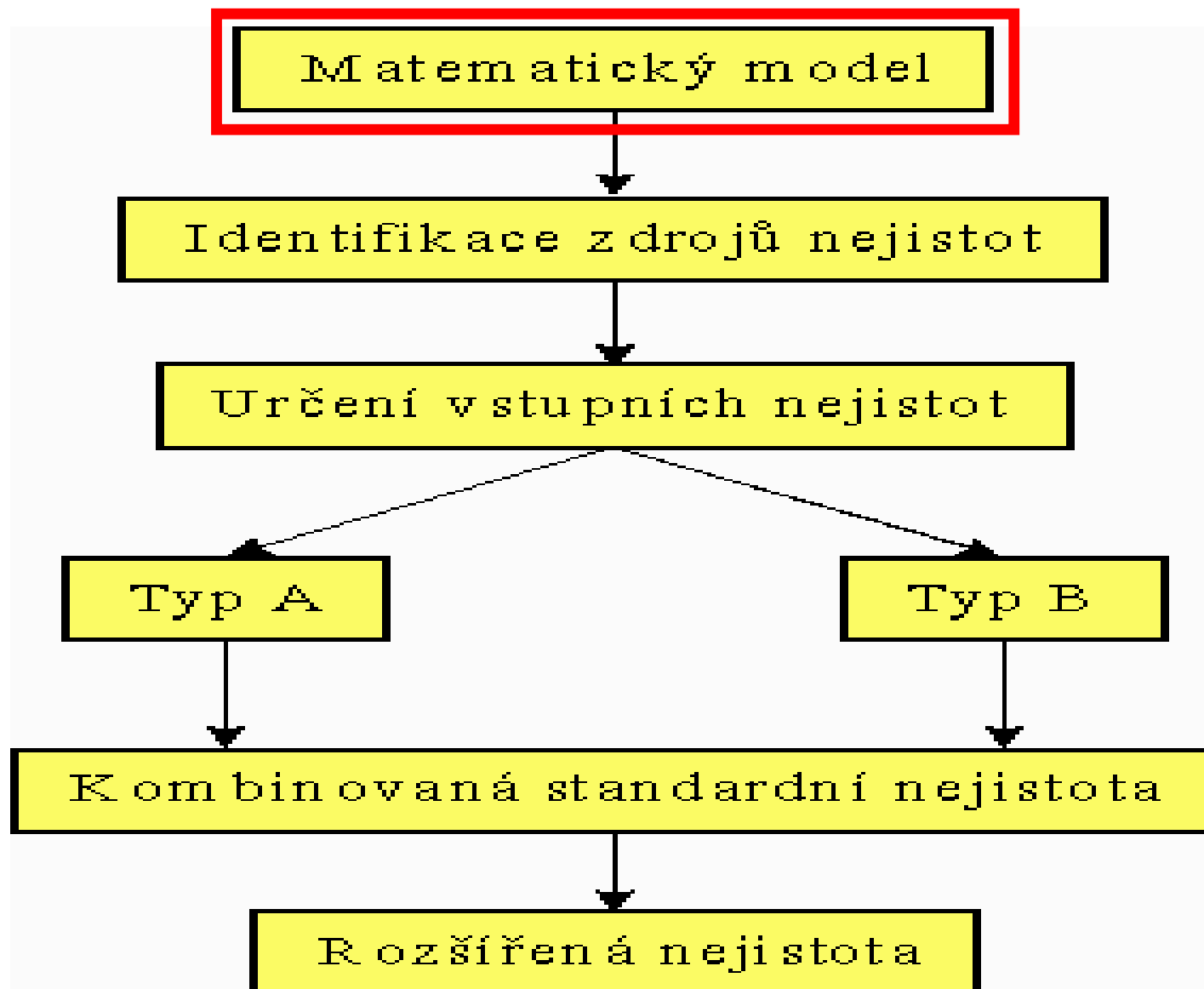


$$D = \frac{\Delta x^2}{3}$$

$$u = \sigma = \sqrt{D} = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$$

častý předpoklad pro složky standardní nejistoty typu B

Postup vyjádření nejistoty měření



Postup vyjádření nejistoty měření

1. **Krok: Analýza vstupních podmínek**
2. **Krok: Matematický model zvolené metodiky** Po provedené volbě metody
3. **Krok: Identifikace a provedení všech významných korekcí**
4. **Krok: Zapsání seznamu všech zdrojů nejistot formou analýzy nejistot**
5. **Krok: Stanovení vstupních standardních nejistot**
6. **Krok: Stanovení kombinované standardní nejistoty.**
7. **Krok: Analýza příspěvků nejednotlivých zdrojů nejistot**
8. **Krok: Stanovení rozšířené nejistoty**

Výsledek měření je pak vyjadřuje, že nejlepším odhadem výstupní veličiny Y je hodnota y a že interval od $y - U(y)$ do $y + U(y)$ je interval, od něhož je možno očekávat, že obklopuje velkou část hodnot, které mohou být přisouzeny výstupní veličině Y .

Koeficient pokrytí se volí podle požadované úrovně konfidence, obvykle v rozmezí od 2 do 3, což odpovídá 95% resp. 99% úrovni konfidence.

Model měření a odhad nejistot

- V mnoha případech analytického měření není měřená veličina měřena přímo, ale její hodnota je stanovena pomocí hodnot jiných veličin prostřednictvím funkčního vztahu

$$\psi = f(\xi_1, \dots, \xi_N)$$

ψ - měřená veličina (výstupní) nabývající hodnoty y

ξ_1, \dots, ξ_N - jiné veličiny (vstupní) nabývající hodnot x_1, \dots, x_N

Dále budeme považovat hodnoty všech veličin za jejich **odhady**.

- Pokud data indikují, že funkce f dostatečně nevyjadřuje model měření, je nutné rozšířit vstupní veličiny o další členy.

Vstupní veličiny

Vstupní veličiny mohou být kategorizovány na

- veličiny, jejichž hodnoty (odhad!) a nejistoty (také odhad) jsou stanoveny přímo současným měřením.
- odhady hodnot a jejich nejistot mohou být získány jedním měřením, nebo odhadem založeným na zkušenosti, zahrnují rovněž korekce na vliv okolního prostředí, apod.
- veličiny, jejichž hodnoty a nejistoty jsou získány z externích zdrojů, jako jsou veličiny spojené s kalibrovaným etanolem, certifikovaným referenčním materiálem, nebo veličiny, jejichž hodnoty jsou převzaty z tabulek, nebo učebnic.

Model měření a odhad nejistot

Odhad hodnoty y veličiny ψ pomocí hodnot x_1, \dots, x_N je dán rovnicí

$$y = f(x_1, \dots, x_N)$$

Odhad y může být získán jako **aritmetický průměr n nezávislých měření**, z nichž každé má stejnou nejistotu a každé je založeno na souboru měření vstupních veličin ξ (odhady hodnot x):

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_N), \quad \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{i_k}, \quad i = 1, \dots, N$$

nebo

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(x_{1_k}, \dots, x_{N_k}),$$

v případě nelineární funkce f .

Odhad standardní nejistoty typu A

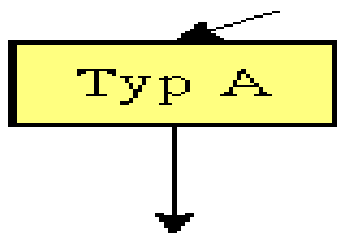
V mnoha případech je nejlepším odhadem očekávané hodnoty veličiny ξ **aritmetický průměr**. Nejlepším odhadem rozptylu je **výběrový rozptyl** s^2 .

$\sqrt{s^2}$ - experimentální **výběrová směrodatná odchylka**

$s^2(\bar{x}) = \frac{s^2}{n}$ - výběrový rozptyl aritmetického průměru – **nejlepší odhad rozptylu aritmetického průměru**

$s(\bar{x}) = \sqrt{s^2(\bar{x})}$ - experimentální výběrová směrodatná odchylka

Standardní nejistotu typu A ztotožníme s oběma výběrovými směrodatnými odchylkami.



Odhad standardní nejistoty typu B

Pro odhad standardní nejistoty hodnoty veličiny, která nebyla získána opakovaným měřením se používá odhadu, který je založen na informacích o možné variabilitě hodnot měřené veličiny.

Informace mohou zahrnovat:

- data z předchozích měření
- zkušenost, nebo všeobecná znalost o chování a vlastnostech odpovídajících materiálů, nebo přístrojů
- specifikace výrobce
- data získaná z certifikátů, údaje získané z tabulek

V případě normálního rozdělení pravděpodobnosti využíváme pro výpočet standardní nejistoty konfidenční interval a kvantily normálního rozdělení.

V případě rovnoměrného rozdělení (hustota pravděpodobnosti $p(x) = 1/(2a)$, pro $x \in \langle \mu \pm a \rangle$ a střední hodnotu μ) je standardní nejistota počítána jako $a/\sqrt{3}$.



Typ B

Zákon šíření nejistot pro nekorelované odhady

Nejistotu odhadu y veličiny Y v případě, že odhady x_1, x_2, \dots, x_m sú **nekorelované**, určíme zo vzťahu:

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^m A_i^2 u_{x_i}^2$$

kde **citlivostné** (prevodové) koeficienty:

$$A_i = \left. \frac{\partial f(X_1, X_2, \dots, X_m)}{\partial X_i} \right|_{X_1 = x_1, \dots, X_m = x_m}$$

Kovariance

Ak medzi dvoma vstupnými veličinami X_i a X_j existuje určitá **korelácia**, teda ak nejakým spôsobom závisia jedna od druhej, ich **kovarianciu** tiež treba považovať za zložku neistoty.

Kovariancie môžu zväčšiť, alebo zmenšiť výslednú neistotu.

Zákon šíření nejistot pro korelované odhady

Neistotu odhadu y veličiny Y v prípade, že odhady x_1, x_2, \dots, x_m sú **korelované**, musíme uvažovať aj kovariancie medzi jednotlivými odhadmi.

Neistotu určíme zo vzťahu:

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^m A_i^2 u_{x_i}^2 + 2 \sum_{i=2}^m \sum_{j<i}^{m-1} A_i A_j u_{x_i, x_j}$$

kde u_{x_i, x_j} je **kovariancia** medzi korelovanými odhadmi x_1, x_2, \dots, x_m , ktorú určíme metódou typu A alebo B.

Kovariance

Metoda typu A stanovení kovariance mezi korelovanými odhady x_i a x_j

Ak medzi dvoma vstupnými veličinami X_i a X_j existuje určitá **korelácia** a ak ich odhady sú x_i a x_j :

$$u_{A x_i, j} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j)$$

Kovariance

Metoda typu B stanovení kovariance mezi korelovanými odhady x_i a x_j

Ak medzi dvoma vstupnými veličinami X_i a X_j existuje určitá **korelácia**, a ak ich odhady sú x_i a x_j :

$$u_{B_{x_i, x_j}} = r_{x_i, j} u_{x_i} u_{x_j}$$

kde

$r_{x_i, j}$ je **korelačný koeficient** medzi odhadmi x_i , x_j ,

u_{x_i} resp. u_{x_j} sú neistoty odhadov x_i a x_j

Kovariance

Metoda typu B stanovení kovariance mezi korelovanými odhady x_i a x_j

Korelačný koeficient vyjadruje mieru stochastickej závislosti odhadov x_i a x_j .

Nadobúda hodnoty od -1 do 1:

a) pre **nezávislé** odhady bude $r_{x_i, j} = r = 0$

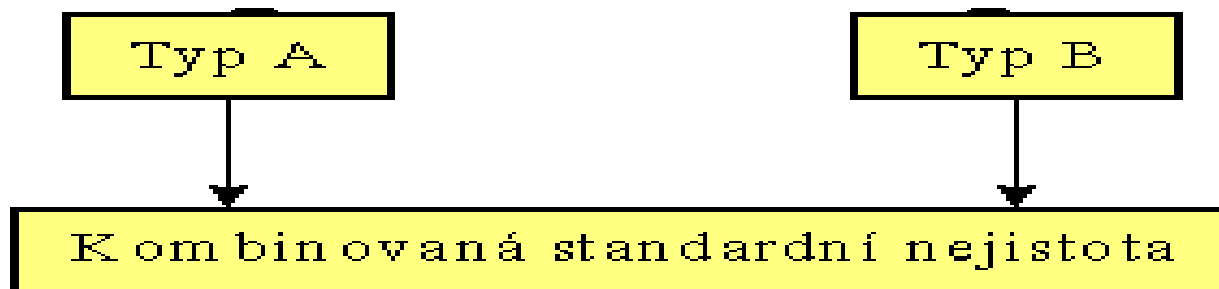
b) pre **silnú** závislosť sa $r_{x_i, j}$ blíži k hodnote **+1** alebo **-1**.

Kombinovaná rozšířená nejistota

- určuje interval, ve kterém se s danou pravděpodobností dá předpokládat skutečná hodnota měřené veličiny
- odhaduje se vztahem: $U = k u(y)$

k – koeficient rozšíření (pokrytí)

Ve většině případů se hodnota k volí rovna 2. Pokud v kombinované standardní nejistotě převládá jedna složka nesoucí nízkou hodnotu stupňů volnosti (např. $\nu < 6$), potom koeficient pokrytí můžeme zaměnit za kvantil t-rozdělení pro danou hladinu významnosti $\alpha(t_{1-\alpha/2; \nu})$.



Výpočet kombinované standardní nejistoty

- Pro aditivní model měření, který zahrnuje pouze součet nebo rozdíl vstupních veličin, např.

$$y = k(x_1 + x_2 + x_3) \quad (k \text{ je konstanta})$$

je kombinovaná nejistota dána vztahem:

$$u(y) = k \sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2 + u(x_3)^2}$$

Kombinovaná standardní nejistota

Vztah mezi kombinovanou standardní nejistotou $u(y)$ hodnoty y veličiny ψ a standardními nejistotami $u(x_i)$ hodnot x_i veličin ξ_i vychází ze **zákona propagace nejistot**:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u(x_i)^2}$$

pro nezávislé veličiny x_i :

$$c_i = \frac{\partial f(x_1, \dots, x_N)}{\partial x_i} \quad - \text{citlivost (koeficient selektivity) měřené hodnoty } y \text{ vzhledem k hodnotám jednotlivých vstupních veličin.}$$

Jednotlivé citlivosti mohou být získány experimentálně. Je třeba připomenou, že uvedený vztah je pouze aproximativním, ve kterém jsou vynechány členy s parciálními derivacemi vyšších řádů.

Kombinovaná standardní nejistota pro závislé veličiny

pro závislé veličiny x_i :

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u(x_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j)}$$

Presentování nejistoty

Úplná zpráva o výsledku měření by měla obsahovat následující informace:

- popis postupu při výpočtu výsledku a jeho nejistoty z experimentálních dat
- hodnoty a zdroje všech korekcí a konstant, které byly při výpočtu výsledku a jeho nejistoty použity
- popis všech složek nejistoty včetně dokumentace, jak byly jednotlivé složky odhadnuty

V protokolu rutinní analýzy stačí uvádět pouze rozšířenou kombinovanou nejistotu. Laboratoř musí ovšem dokumentovat a zákazníkovi na požádání předložit úplnou zprávu o odhadu nejistoty výsledku.

Presentování nejistoty

Existují **dva způsoby** presentace nejistoty:

- nejistota výsledku je presentována jako kombinovaná standardní nejistota $u(y)$ (ve formě směrodatné odchylky)

výsledek (jednotka); kombinovaná standardní nejistota

Obsah Pb: 2,84 mg/kg

Standardní nejistota: 0,30 mg/kg

- nejistota výsledku je presentována jako rozšířená kombinovaná nejistota U :
výsledek (jednotka) \pm kombinovaná rozšířená nejistota (jednotka)

Obsah Pb: 2,84 \pm 0,60 (mg/kg)

Presentovaná nejistota výsledku je kombinovaná rozšířená nejistota vypočtená s použitím koeficientu rozšíření $k = 2$ (hladina významnosti přibližně 0,05)

Začátek zkoušky

Provedení opakovaného měření

Redukce systematických chyb

**Výpočet
nejistot
typu A**

$$u_A = \bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

**Analýza nejistot
typu B**

**Výpočet složek
nejistoty typu B**

$$u_{Bj} = \frac{\Delta z_j}{\sqrt{3}}$$

**Výpočet nejistoty
typu B**

$$u_{B(x)} = \sqrt{\sum_i u_{Bj}^2}$$

**Výpočet standardní
kombinované nejistoty**

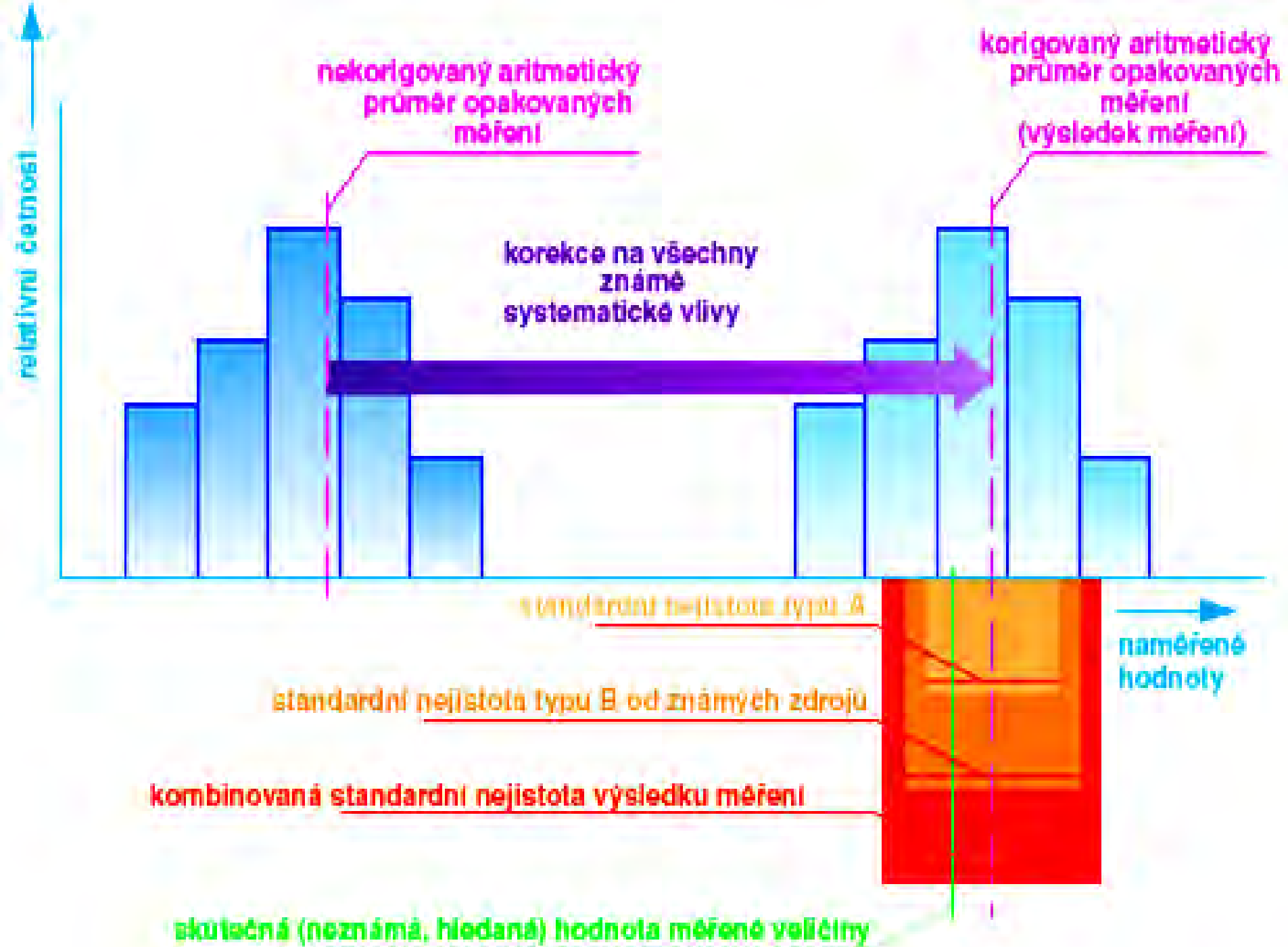
$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

Výpočet rozšířené nejistoty

$$U = k_u u,$$

Vyjádření výsledku měření

$$W = (\bar{w} \pm u_w)$$



- Postup stanovení jednotlivých nejistot závisí na modelu měření = vztah mezi vstupními a výstupními veličinami daného měření.
- V modelu měření je zahrnut nejen princip a metoda měření, ale i vliv okolního prostředí na měření.
- Mezi vstupní veličiny patří přímo měřené veličiny, dále tzv. ovlivňující veličiny (tj. to jsou veličiny působící na výsledek měření – definice podle ČSN 01 01 15), ale i fyzikální konstanty nebo jiné veličiny potřebné pro stanovení výsledku.

Model kalibrace

- Model kalibrace je soustava rovnic:

$$X_1 + X_E - X_p - X_M = Y$$

$$X_2 + X_E - X_p - X_M = Y$$

$$X_3 + X_E - X_p - X_M = Y$$

$$X_n + X_E - X_p - X_M = Y$$

Model kalibrace

kde

$X_1, X_2, X_3 \dots X_n$ jsou rozdíly mezi etalonem a kalibrovaným měřidlem při jednotlivých porovnáváních

X_E hodnota etalonu

X_p korekce nedostatků přenosů

X_M korekce nedostatků při udržování a reprodukování hodnot kalibrovaným měřidlem

Model kalibrace

- Nejistota odhadu y za předpokladu, že se připustí korelace mezi odhady x_E a x_M

$$u(y) = \sqrt{u_A^2(y) + u_E^2 + u_p^2 + u_M^2 + 2u_{E,M}}$$

Model kalibrace

- Složka u_E je nejistota etalonu:
 - nejistota v kalibračním listu
 - vliv prostředí (kalibrace etalonu vs. kalibrace měřidla).

Úloha experimentátora.

Model kalibrace

- Složka u_p je nejistota přenosu z etalonu na měřidlo
 - vliv metody
 - technické prostředky
 - podmínky při kalibraci

Úloha experimentátora.

Model kalibrace

- Složka u_M je nejistota vnášena do procesu kalibrace udržováním a reprodukcí hodnoty kalibrovaným měřidlem
 - metoda
 - podmínky
 - prostředky indikace údajů sledovaného kalibrovaného měřidla.

Úloha experimentátora.

Model kalibrace

- Kovariance u_{EM} je zapříčiněná korelacemi mezi odhady hodnoty etalonu a kalibrovaného měřidla
 - stejná sestava přístrojů
 - pro odčítání hodnoty
 - udávané etalonem i kalibrovaným měřidlem.

Úloha experimentátora.

Model kalibrace

Bilance nejistot při kalibraci – bilanční tabulka

Veličina X_i	Odhad x_i	Standardní nejistota $u(x_i)$	Aproximační rozdělení	Koeficient citlivosti A_i	Příspěvek k vý- sledné nejistotě $u_i(y)$
\bar{X}	\bar{x}	$u_{\bar{x}} = u_A(x)$	normální	A_x	$u_A(y)$
etalon X_E	x_E	$u(x_E)$	rovnoměrné	A_E	$u_E(y)$
porovnání X_P	x_P	$u(x_P)$	rovnoměrné	A_P	$u_P(y)$
kalibrované měřidlo X_M	x_M	$u(x_M)$	rovnoměrné	A_M	$u_M(y)$
kovariance $X_{E,M}$	$x_{E,M}$	$u_{E,M}$	rovnoměrné	$A_{E,M}$	$u_{E,M}(y)$
Y	y	–	–	–	$u(y)$

Nejistoty v měření

- ČSN EN ISO 10012, *Systémy managementu měření - Požadavky na procesy měření a měřicí vybavení (Measurement management systems -- Requirements for measurement processes and measuring equipment)*, Praha: Český normalizační institut, 2003.
- ČSN EN ISO/IEC 17025, *Všeobecné požadavky na způsobilost zkušebních a kalibračních laboratoří (General Requirements for the Competence of Calibration and Testing Laboratories)*, Praha: Český normalizační institut, 2003.
- BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*. Geneva: International Organisation for Standardization, 1st ed., 1993, Corrected and reprinted 1995, 101 pages, ISBN 92-67-10188-9.
- BRADÍK, J., Metodika vyjadřování nejistoty měření, *Elektrorevue*, 2002, No.11, ISSN 1213-1539, Dostupné na WWW: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/02011/>
- PALENČÁR, R., VDOLEČEK, F., HALAJ, M., Nejistoty v měření I: Vyjadřování nejistot (Uncertainty of measurement I: Expression of the Uncertainty), *Automa*, , 2001, No. 7-8, p. 50-54, ISSN 1210-9592, Dostupné na WWW: <http://www.automa.cz/download/au070150.pdf>

ATOMA

časopis pro automatizační techniku

1. http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=33626
 - Nejistoty v měření I: vyjadřování nejistot
2. http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=33705
 - Nejistoty v měření II: nejistoty přímých měření
3. http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=33755
 - Nejistoty v měření III: nejistoty nepřímých měření
4. http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=28417
 - Nejistoty v měření IV: nejistoty při kalibraci a ověřování

Němeček, P.: Nejistoty měření. Česká společnost pro jakost, Praha, 2008, 98 stran formátu A4, ISBN 978-80-02-02089-9, cena 440 Kč.

Opakování

Měření

- Vždy vykazuje **chyby** a v důsledku toho **nejistoty**.
 - Redukci nejistot (nikoli nezbytně jejich eliminaci) lze považovat za ústřední koncept měření.
 - Častý předpoklad - **chyby měření** jsou normálně rozloženy kolem skutečné hodnoty měřené veličiny (mají Gaussovo rozložení).
 - Za tohoto předpokladu má každé měření 3 složky:
 - **odhad** skutečné hodnoty
 - **toleranci** chyby nebo nejistoty
 - úroveň **spolehlivosti** - to je pravděpodobnost, že skutečná hodnota leží v rozpětí tolerance chyby.
- Například, měření délky prkna může vést k tomuto výsledku: 2,53 m \pm 0,01 m s koeficientem rozšíření $k = 3$ (pravděpodobností cca 99%)

(ISO/IEC Guide 99-12:2007, *Mezinárodní metrologický slovník – základní a všeobecné pojmy a přidružené termíny* (VIM); detaily jsou dostupné na www.iso.org).