



# Biomechanika

**doc. Ing. Patrik Kutílek, Ph.D.**



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

# 1. Předmět biomechanika

## Odborná literatura pro studium biomechaniky

Year	Name	Place, Editor
1961	Electromyography and Clinical Neurophysiology	Univ. of Louvain, Belgium
1991	Journal of Electromyography & Kinesiology	U.K., Moshe Solomonow
1968	Journal of Biomechanics	U.K., Huiskes & Brand
1985	Journal of Applied Biomechanics	USA, Mark D. Grabiner
2002	Sports Biomechanics	USA, ??
1985	Clinical Biomechanics	U.K., Burton

# Další doporučené časopisy

- Medicine and Science in Sports and Exercise
- Journal of Biomechanical Engineering
- Biomechanics - The Magazine of Lower Extremity Movement
- American Journal of Sports Medicine
- Motor Behavior
- Human Movement Science
- Journal of Human Movement Studies
- Gait and Posture
- Journal of Bone and Joint Surgery
- Journal of Sports Medicine and Physical Fitness
- The Orthopedic Clinics of North America
- American Journal of Physical Medicine & Rehabilitation

# Mechanika

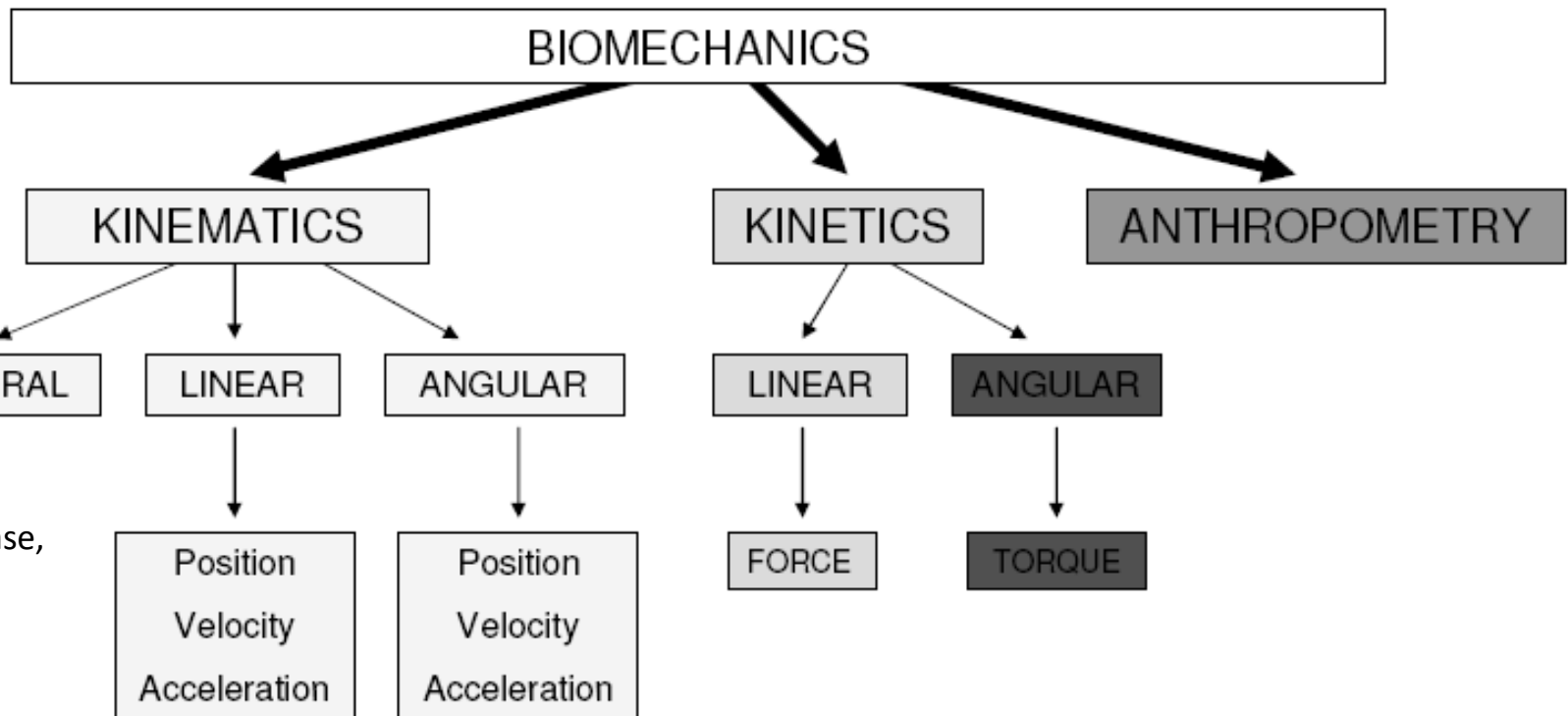
především studuje pohyb a silové účinky v mechanických systémech

Bio- Prefix pro žijící organismus

Živý organismus – neustálý příjem a výdej hmoty, stavba a degradace organismu.

**Biomechanika** – aplikace principů mechaniky k studiu živých organismů (např. těla a jeho částí)

Za použití konceptů fyziky, biomechaniky, biomateriálů, atd. → můžeme simulovat, analyzovat,...

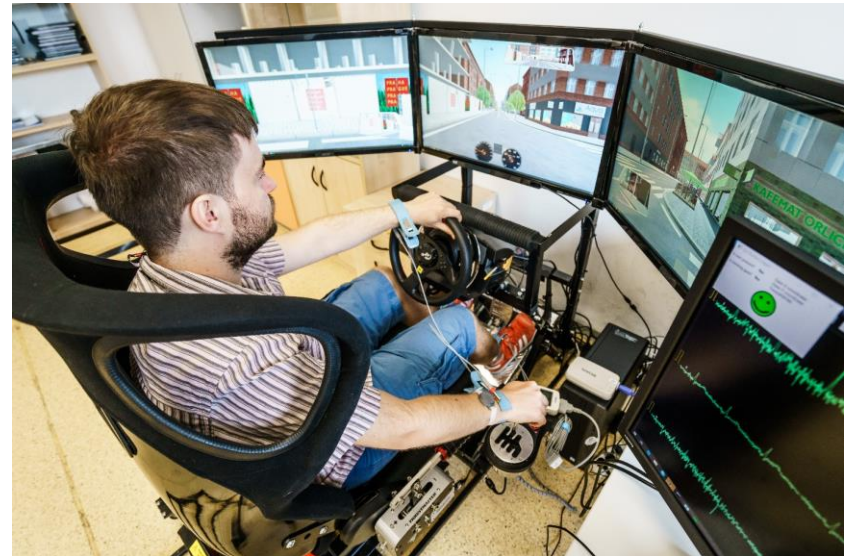


temporální -  
st. časování,  
vlastnosti v čase,  
atp.

## Přístup k řešení problému (na příkladu pohybu)

Analýza lidského pohybu může být popsána

- Kvantitativní
  - Six Meters, Three Seconds, Fifty Turns, Two Players, Ten Dollars, etc.
- Kvalitativní
  - Good, Poor, Long, Heavy, Flexed, Rotated, etc.



# 2. Experimentální biomechanika

## Experimentální biomechanika

Zabývá se získáváním a zpracováním dat z reálných měření na reálných objektech. Získaná data jsou využívána k analyticko-syntetickým studiím a k matematicko fyzikálnímu modelování.

## Metody biomechaniky :

a)

- Přímé měření,
- Nepřímé měření – data získaná zprostředkovaně, např. výpočtem.

b)

- Invazivní měření,
- Neinvazivní – neovlivňují subjekt měření.

## Metrologické charakteristiky :

Analýza pohybu - vede k analytickému popisu všech pohybů a souhybů živého organismu při řešení daného pohybového úkolu.

Syntéza pohybu - sleduje skladbou dílčích pohybů k dosažení celkového pohybu. Prostředky k studiu jsou simulace a animace.

# Nástroje pro měření kinematických veličin

## Kinematografie & Videografie

- Standardní video 30 snímků za sekundu
- Větší počet kamer zachytí více informací
- digitalizace a následně další možnosti analýz
- u některých systé. real-time sledování LED

## Goniometr nebo Electrogoniometer

## Gyro-akcelerometry

## Magnetické MoCap systémy

Měření kinematických veličin – MoCap systémy (akcelerometry, kamery,...).

Měření rychlosti a polohy v prostoru

zařízení, které dokáže určit polohu objektu v prostoru - nestacionární zařízení, inerciální.

Online výpočet rychlosti a překonané dráhy ze změřeného zrychlení v konkrétním směru, např. n. integrací

$$v(t) = \int_{t_0} a(t) \cdot dt + v_0$$
$$x(t) = \int_{t_0} v(t) \cdot dt + x_0 = \iint_{t_0} a(t) \cdot dt \cdot dt + v_0 \cdot t + s_0$$



$$v_i = a_i \cdot (t_i - t_{i-1}) + v_{i-1} = a_i \cdot \Delta t + v_{i-1}$$

$$x_i = v_i \cdot (t_i - t_{i-1}) + x_{i-1} = v_i \cdot \Delta t + x_{i-1}$$



Užití kinematických veličin pohybu

Může nás zajímat velikost síly při zrychleném/zpomaleném pohybu dle podle 2.

Newtonova pohybového zákona

$$F = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot a$$



$$W_B = F_B \cdot s_B \qquad E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Ultrazvukové měření polohy - stacionární jehož části jsou instalovány ve známých pozicích - poloha se určuje na základě informací od pevně instalovaných částí.

- výpočet rychlosti a zrychlení z překonané dráhy v konkrétním směru např. metodou numerické derivace

$$v_i = \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$a_i = \frac{v_i - v_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Zjištěním polohy, rychlosti a zrychlení – opět možnost studovat dynamiku pohybu obdobně jako v případě využití akcelerometrů.

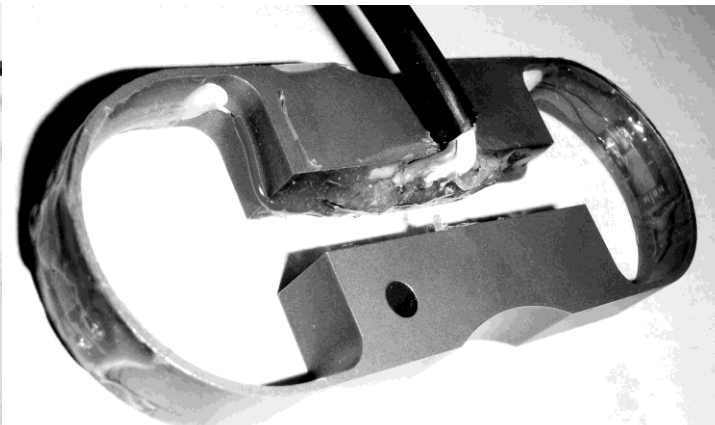


## Měření sil- Tenzometrie

k měření např. deformací částí kosterního systému a vývoji jeho umělých náhrad - protetice.

Dále se tenzometrií můžeme setkat v dynamometrech měření sil a vážních čidlech např. ve fyzioterapii a sportovní biomechanice.

Měří se například izometrická síla dolních i horních končetin atd. Toto měření je vhodné zejména pro atlety. U testů se používají standardní posilovací stroje s úpravou pro měření izometrické síly a s možností nastavení různých úhlů v kolením, respektive loketním kloubu.



**Odporová tenzometrie** je založena na principu změny odporu tenzometrické známky v závislosti na její deformaci.

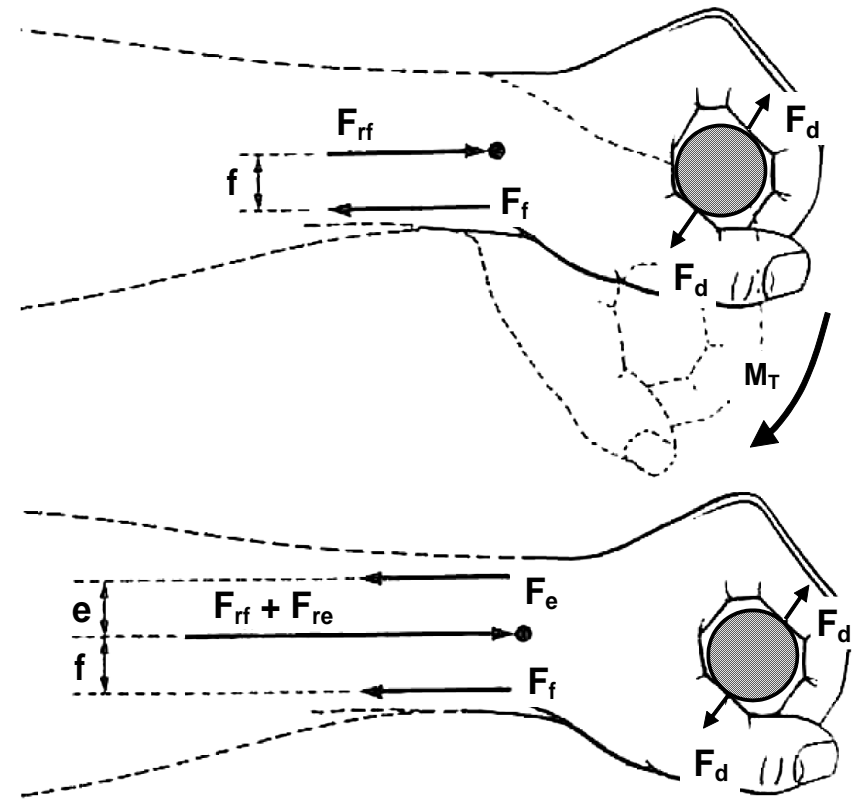
Známka je přilepena uvnitř mechanické části snímače v místě, kde se předpokládá největší deformace způsobená měřenou silou.

Pro odporový tenzometr resp. vodič platí vztah mezi relativní změnou odporu a poměrným prodloužením nebo zkrácením:

$$\frac{\Delta R}{R} = K \cdot \frac{\Delta l}{l} = K \cdot \varepsilon$$

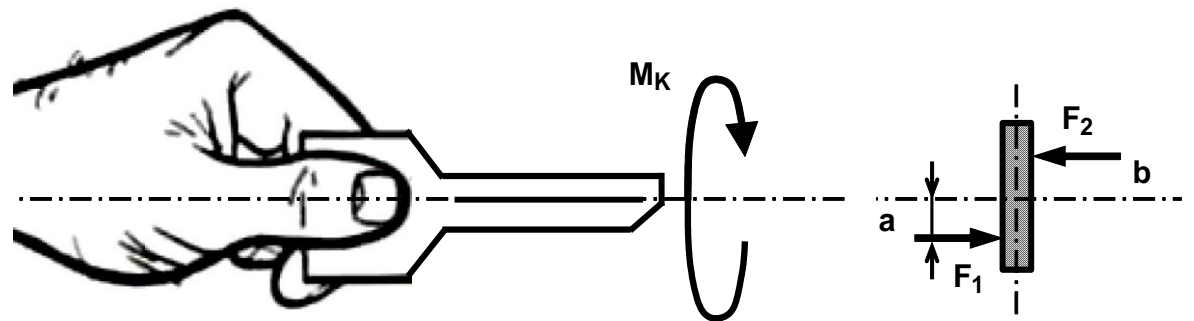
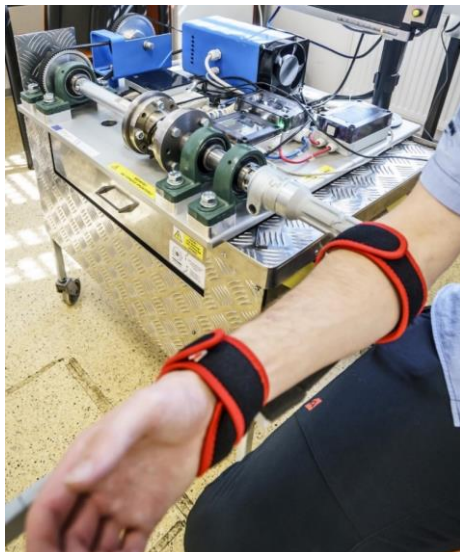
- R je statický odpor známky
- $\Delta R$  je změna odporu známky;
- l je délka známky v normálu;
- $\Delta l$  je prodloužení (zkrácení) vodiče;
- $\varepsilon$  je přetvoření
- K je „gauge factor“, tj. koeficient deformační citlivosti, což je nejdůležitější parametr tenzometru resp. t.známky

V ergonomii při návrhu madel, pák, ovladačů, ale také ve fyzioterapii či sportovní biomechanice nás zajímá velikost a změna **točivého momentu** při sevření předmětu rukou.



$$M_T = F_f \cdot f \Rightarrow F_f = \frac{M_T}{f}$$

$$M_K = F_1 \cdot a + F_2 \cdot b$$

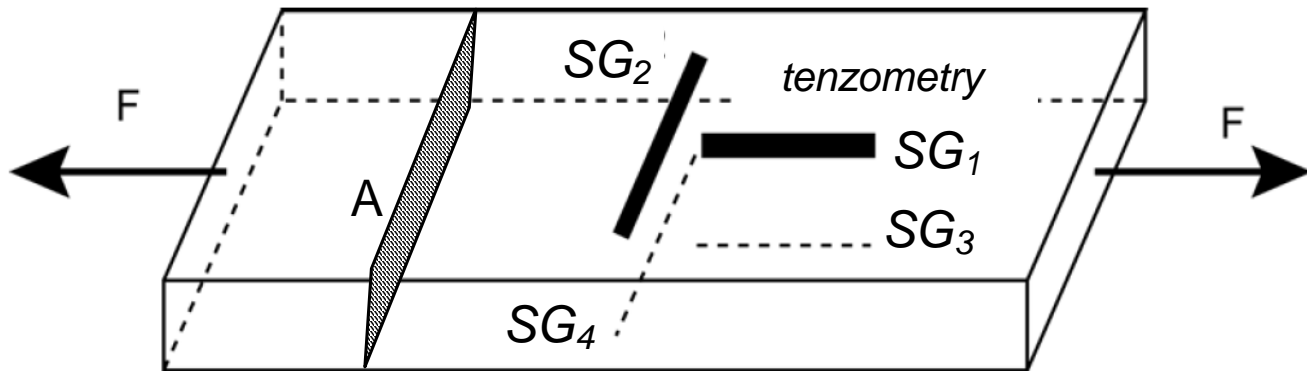


# Určování deformace/zatížení protetických náhrad při návrhu

## Tažený/tlačený prut

$$\sigma_n = \varepsilon_n \cdot E$$

$$\sigma_n = \frac{F}{A}$$

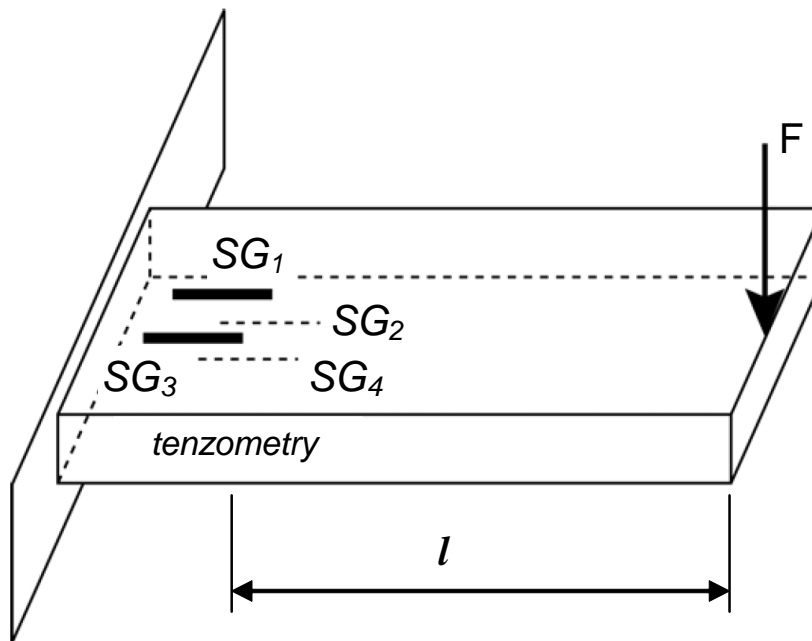


$$\sigma_n = \varepsilon_V \cdot E$$

## Ohýbaný prut

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = \frac{F \cdot l}{W_o}$$

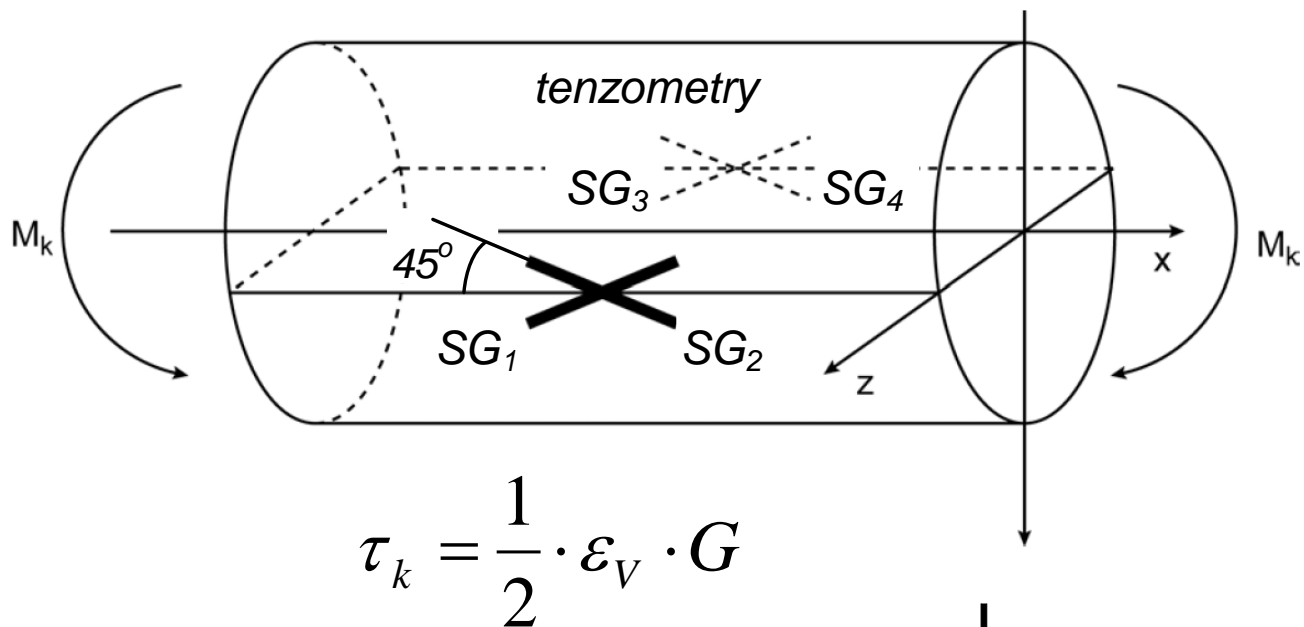
$$\sigma_o = \varepsilon_V \cdot E$$



### Kroucený prut

$$\tau_k = G \cdot \gamma$$

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k}$$

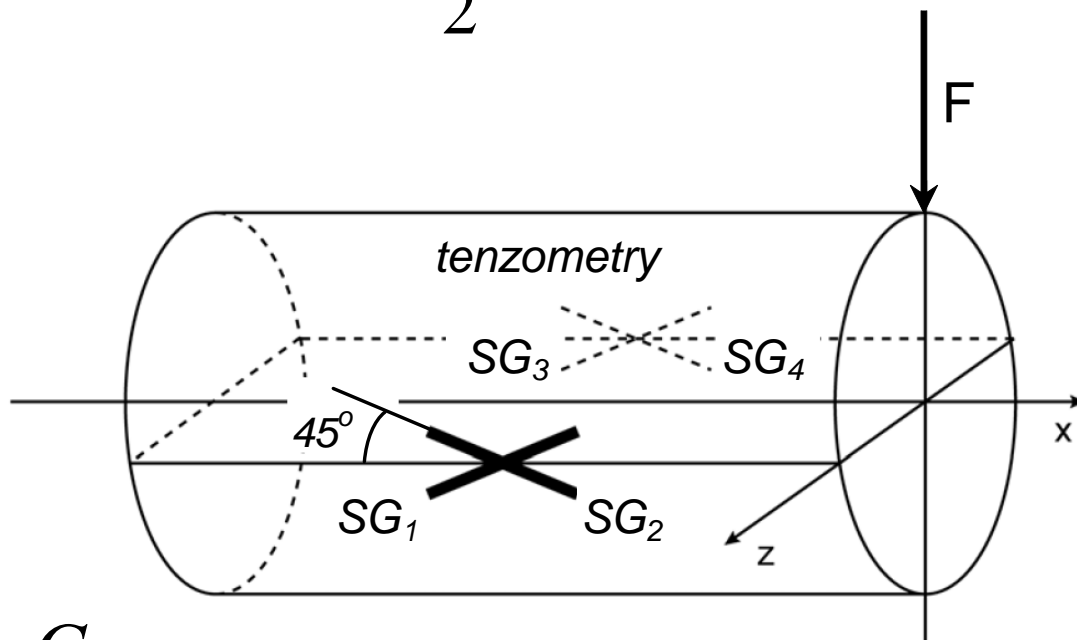


### Smykem namáhaný prut

$$\tau_s = G \cdot \gamma$$

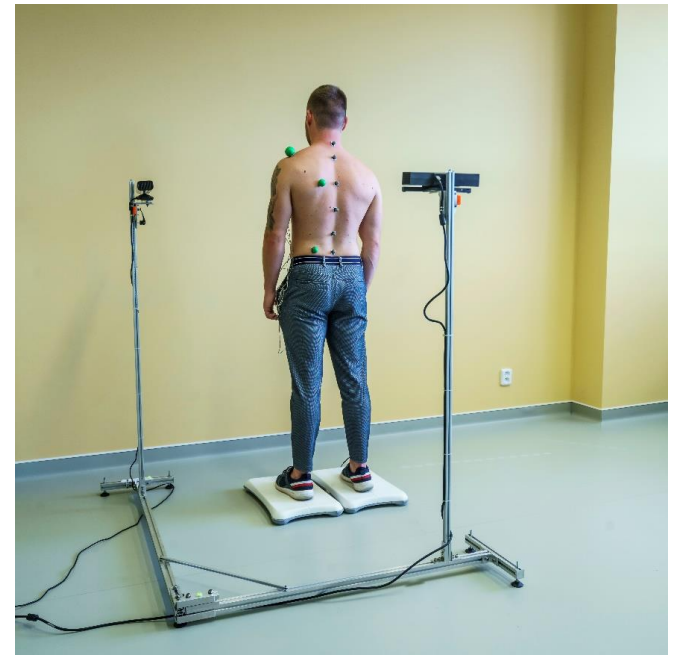
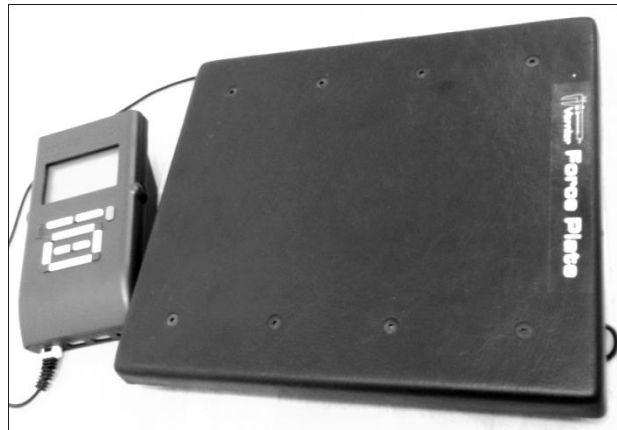
$$\tau_s = \frac{F}{A} \cdot c_A$$

$$\tau_s = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_V \cdot G$$



## Siloměrné plošiny pro měření sil - Typy plošin podle využití:

- Siloměrné plošiny (pouze pro měřené kontaktní síly, tj. lepší váha)
- stabilometrické / balanční / dynamické (postulografické) plošiny (měření polohy kontaktní síly (CoP) a její velikost)
- Tlakoměrné plošiny (měření rozložené tlaku pod chodidly atp.)-  
bývají také v podobě koberců či vložek do bot.

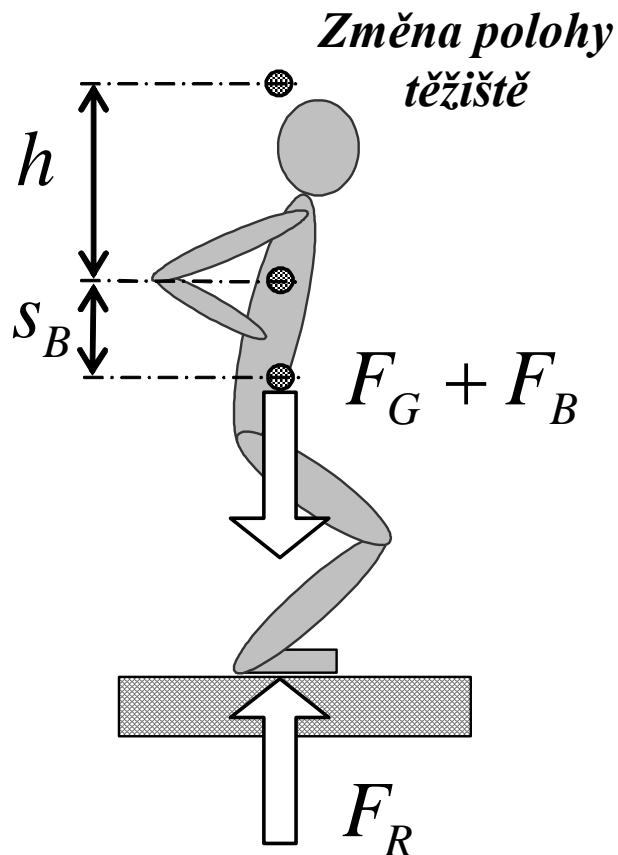




## Měření veličin v dynamice pomocí plošin

### Měření celkové síly pod chodidly - siloměrná odrazová deska

- vyhodnocování velikosti a změny této síly např. během chůze, výskoku, chůzi po schodech, atd.
- analýza redukce rázové síly podpatkem běžecké obuvi.



vnitřní síly svalů pohybují tělem člověka a konají potřebnou vnitřní práci, pak práce svalů je rovna změně potenciální energie

$$W_B = \Delta E_P$$

Celková vykonaná práce svalů

$$W_B = \int_{s_0}^{s_B} F \cdot ds$$

Za zjednodušujících předpokladů velikosti

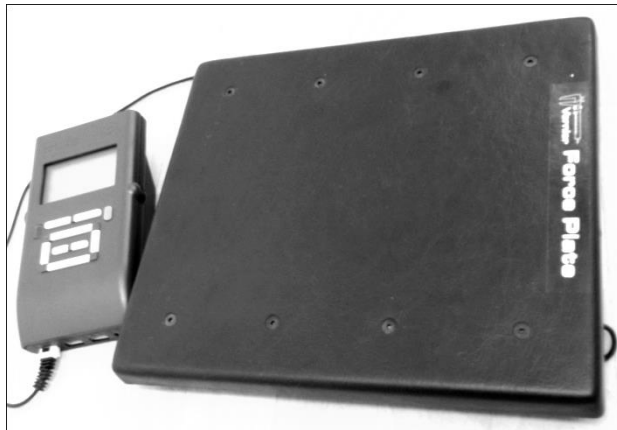
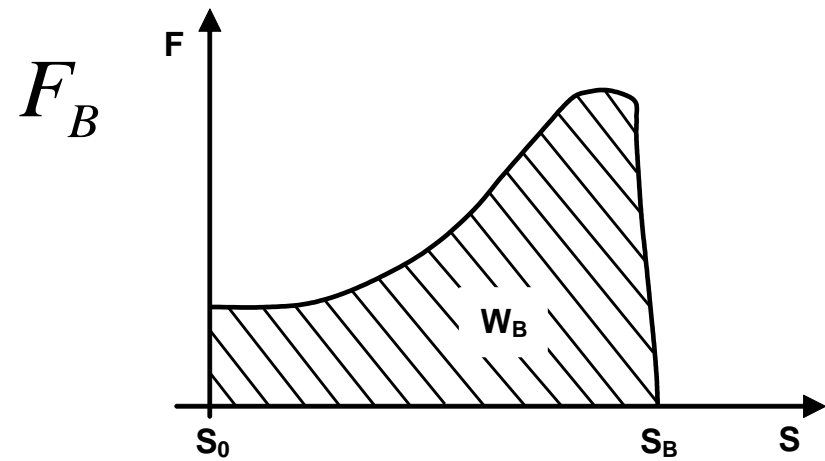
vykonaná práce svalů  $W_B = F_B \cdot s_B$

průměrný výkon skokana  
určíme vztahem

$$P_B = \frac{W_B}{t_B}$$

impulz síly je

$$I_B = \int_{t_0}^{t_B} F \cdot dt \quad \rightarrow \quad I_B = F_B \cdot t_B$$

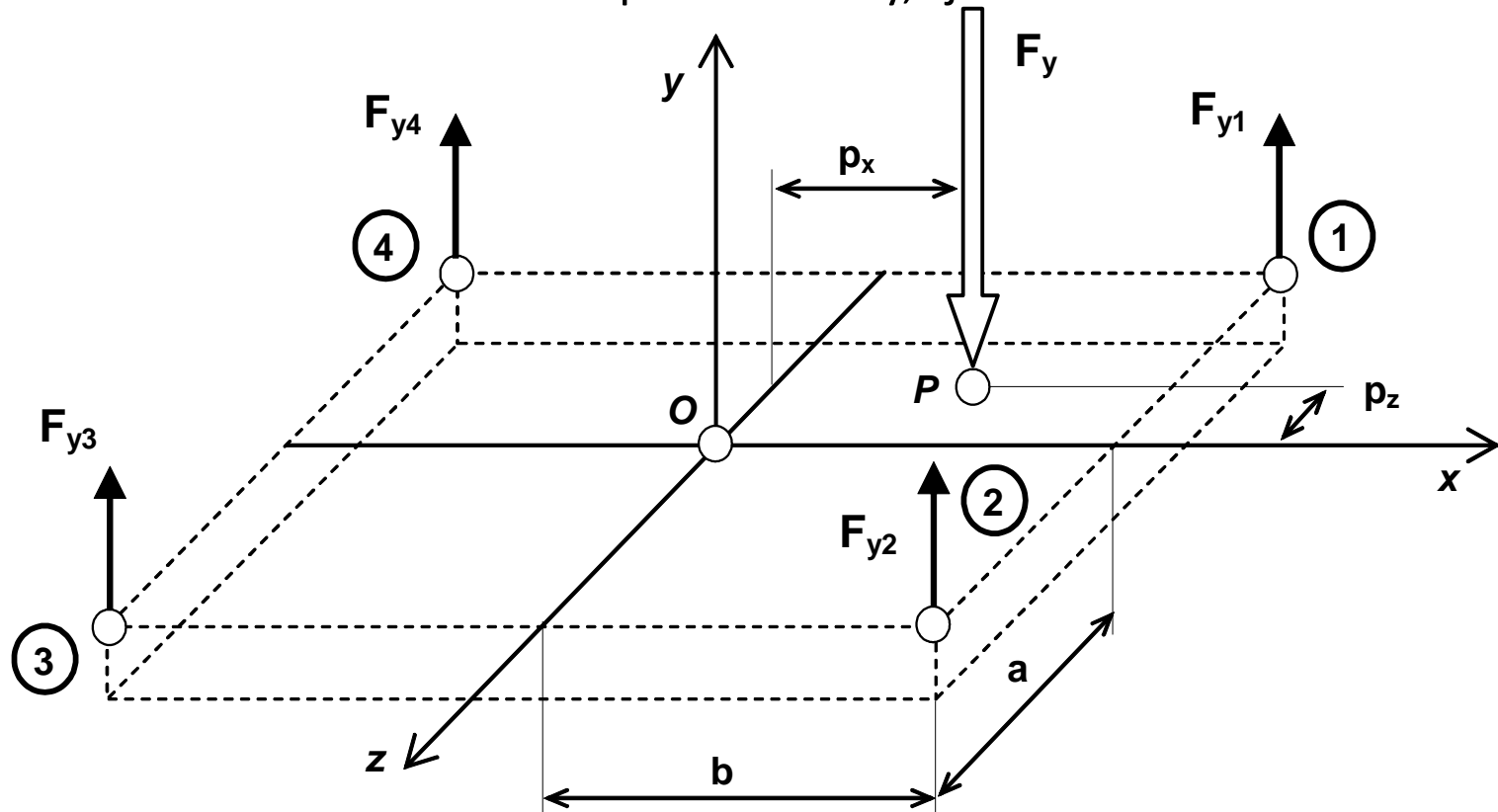


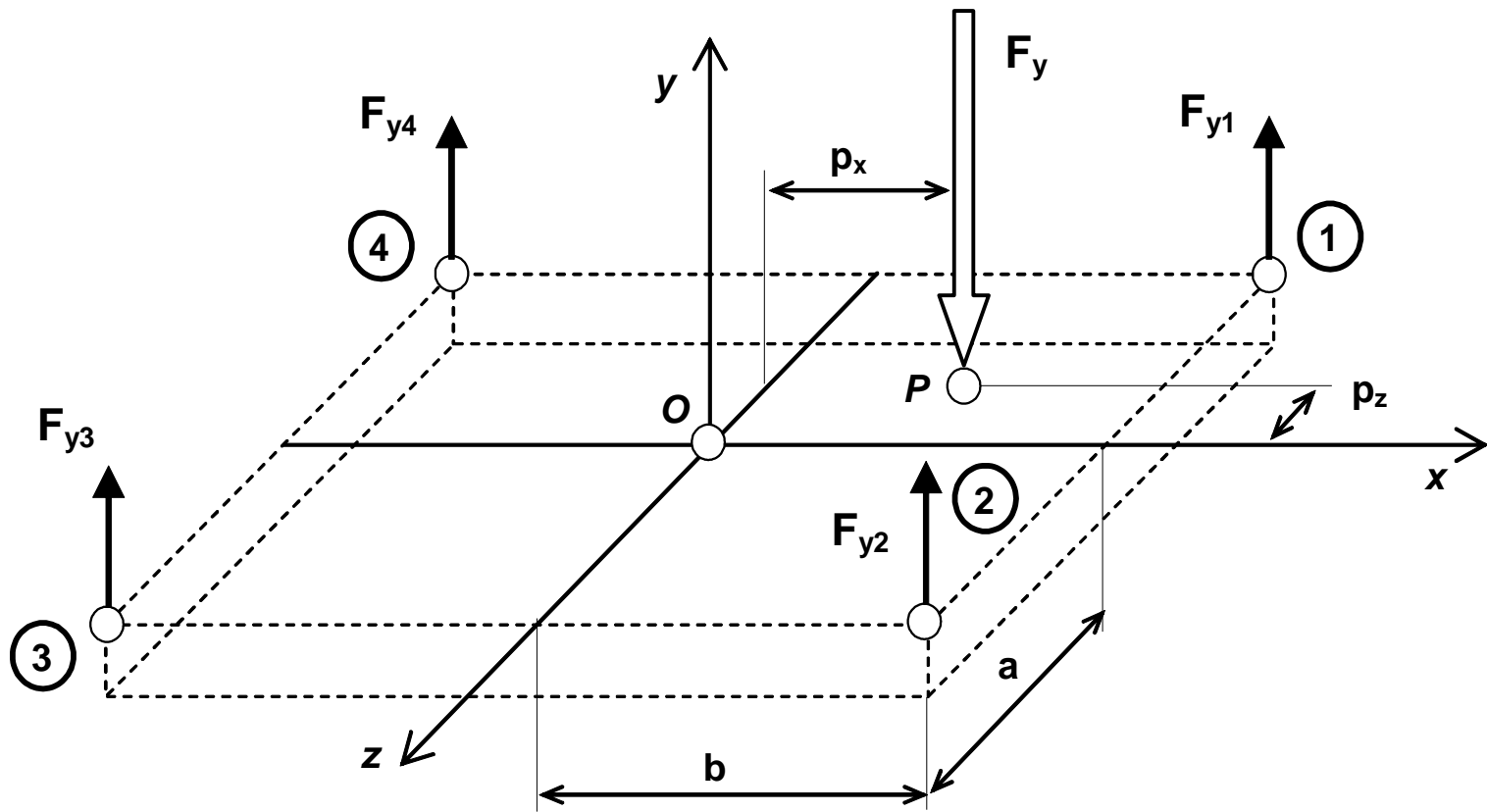
$$F_B \cdot t_B = m \cdot v_B \quad \rightarrow \quad v_B = \frac{F_B \cdot t_B}{m}$$

$$y_{\max} = y_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_B^2}{g} \quad \text{výška skoku}$$

## Stabilometrická plošina

- určování kolmé síly působící na podložku od těla a sledování polohy jeho těžiště - využití v rozích sensorů síly.
- součet složek sil do daného směru ze všech podpěr určuje výslednou sílu působící na podložky.
- tím, že poznáme síly působící v jednotlivých podpěrách určíme momenty působící na silovou desku a odtud působiště síly, tj. těžiště těla.





Výsledná síla  $F_{yV} = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4}$

Moment sil v jednotlivých podpěrách vzhledem ke středu podložky O:

$$M_x = a \cdot (F_{y1} - F_{y2} - F_{y3} + F_{y4})$$

$$M_z = b \cdot (F_{y1} + F_{y2} - F_{y3} - F_{y4})$$

Výsledná síla

$$F_{yV} = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4}$$

Moment sil v jednotlivých podpěrách vzhledem ke středu podložky O:

$$M_x = a \cdot (F_{y1} - F_{y2} - F_{y3} + F_{y4})$$

$$M_z = b \cdot (F_{y1} + F_{y2} - F_{y3} - F_{y4})$$

Řešením výše uvedených rovnic určíme  $M_x$ ,  $M_z$ , a pomocí těchto momentů hledanou polohu působišťe síly  $p_x$ ,  $p_z$ .

$$M_z = -p_x \cdot F_y$$

$$M_x = -p_z \cdot F_y$$

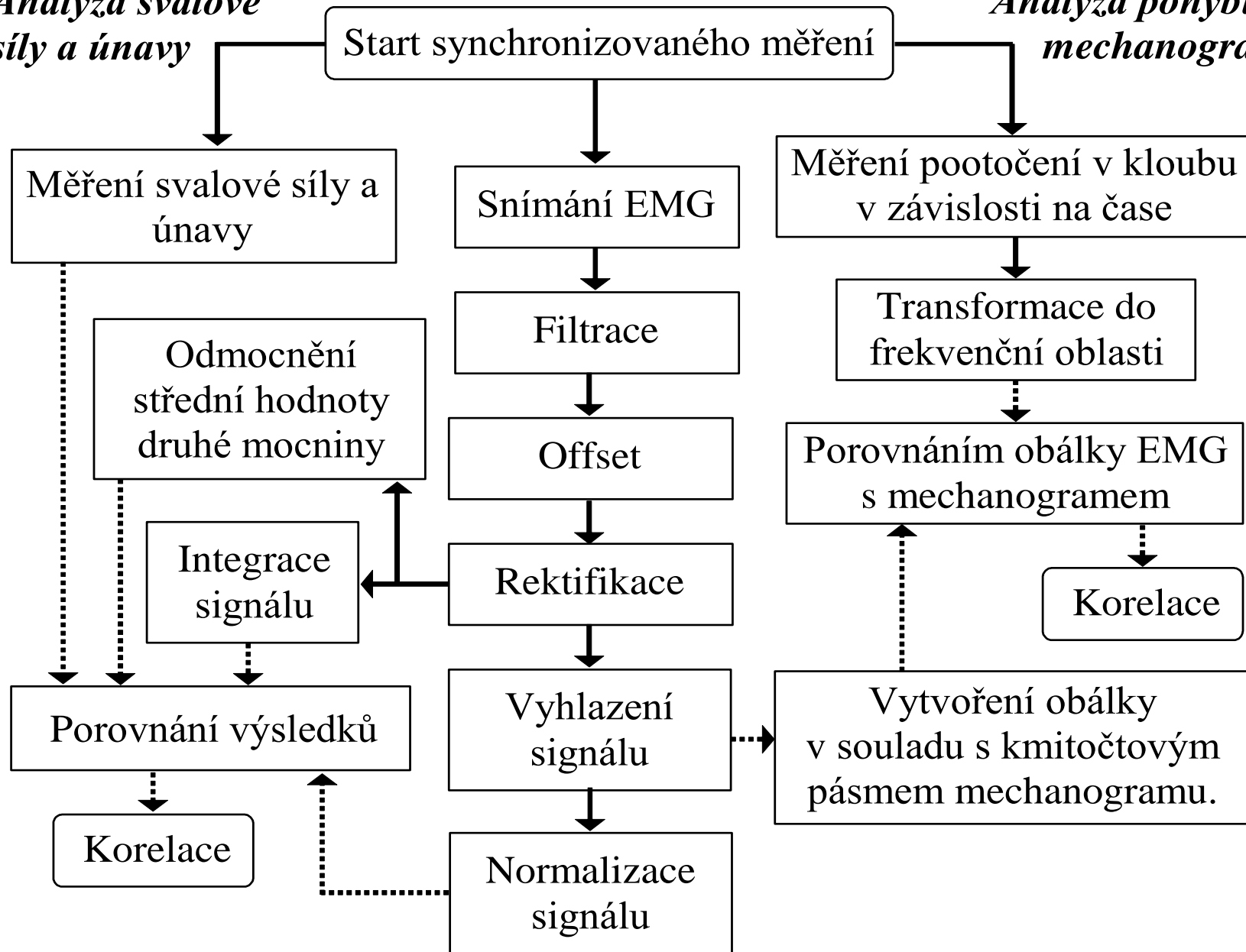
## Elektromyografie (EMG)

snímání povrchové nebo intramuskulární svalové aktivity. Zaznamenává změnu elektrického potenciálu, ke které dochází při svalové aktivaci. Elektrická aktivita činného svalu, akční potenciál (AP), je vytvářena v průběhu svalového stahu. Svalový stah je způsobem nervovým vzruchem přičemž jedno vlákno inervuje vždy několik svalových vláken.

# Analyzá EMG signálu

*Analyzá svalové síly a únavy*

*Analyzá pohybu - mechanogram*



## Zkoušky materiálů

*Základní mechanické vlastnosti pevných materiálů vyjadřují jejich schopnost odolávat určitému mechanickému zatížení. Zjišťují se především těmito destruktivními zkouškami základních materiálů:*

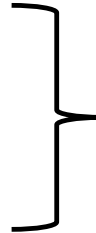
- *Zkouška tahem (mez pevnosti  $R_m$ , mez kluzu  $R_e$ , smluvní mez kluzu  $R_{p_{0,2}}$ , tažnost  $A_5$ , kontrakce  $Z$ );*
- *zkouška rázem v ohybu (nárazová práce KV);*
- *zkoušky tvrdosti (podle Brinella, Vickerse, Rockwella);*
- *zkouška lámavosti;*
- *makroskopická a mikroskopická kontrola;*
- *zkouška únavové pevnosti (mez únavy);*
- *speciální zkoušky ( zkoušky za nízkých a zvýšených teplot, zkoušky tečení, zkoušky mezikrystalové koroze apod.).*

*→ většinou těchto zkoušek studujeme deformaci materiálů jako důsledek předem definovaného způsobu vnějšího zatížení*



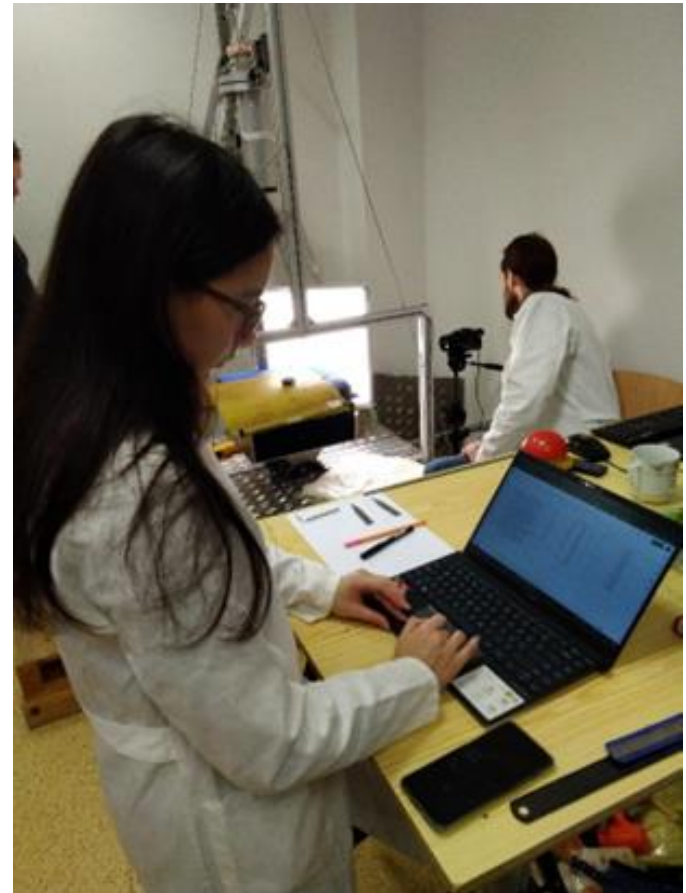
## Měření materiálových vlastností biomateriálů

Stanovení pevnosti v ohybu  
Stanovení pevnosti při biaxiálním ohybu  
Stanovení pevnosti v tahu  
Únavová zkouška implantátů atd.



současně zatěžování osovou silou  
a momentem síly testovacím  
systémem

Povrchové zkoušky:  
Stanovení odolnosti proti otěru – ring on disc  
Tribologické zkoušky  
Zkoušky tvrdosti povrchu  
Zkoušky adheze povrchu atd.



# 3. Biomechanika svalově kosterního systému

Těžiště

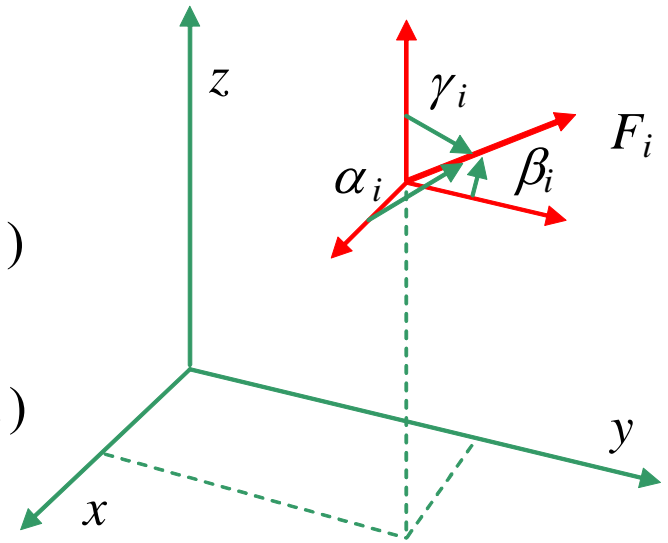
Důkaz:

$$R = \sum_{i=1}^n F_i$$

$$\curvearrowright y_R R_z - z_R R_y = \sum_{i=1}^n (y_i F_{iz} - z_i F_{iy})$$

$$\curvearrowright z_R R_x - x_R R_z = \sum_{i=1}^n (z_i F_{ix} - x_i F_{iz})$$

$$\curvearrowright x_R R_y - y_R R_x = \sum_{i=1}^n (x_i F_{iy} - y_i F_{ix})$$



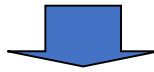
$$F_{ix} = F_i \cos \alpha_i, \quad F_{iy} = F_i \cos \beta_i, \quad F_{iz} = F_i \cos \gamma_i$$

$$R_x = R \cos \alpha_R, \quad R_y = R \cos \beta_R, \quad R_z = R \cos \gamma_R$$

$$(x_R R - \sum_{i=1}^n x_i F_i) \cos \beta - (y_R R - \sum_{i=1}^n y_i F_i) \cos \alpha = 0$$

$$(y_R R - \sum_{i=1}^n y_i F_i) \cos \gamma - (z_R R - \sum_{i=1}^n z_i F_i) \cos \beta = 0$$

$$(z_R R - \sum_{i=1}^n z_i F_i) \cos \alpha - (x_R R - \sum_{i=1}^n x_i F_i) \cos \gamma = 0$$



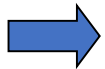
Výrazy platí pro libovolné úhly  $\alpha, \beta, \gamma$  jsou-li závorku nulové  $\Rightarrow$

$$x_R = \frac{\sum_{i=1}^n x_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, y_R = \frac{\sum_{i=1}^n y_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, z_R = \frac{\sum_{i=1}^n z_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

Dokázali jsme, že statický střed vždy existuje a zároveň jsme odvodili jeho souřadnice

Statický střed leží na ose (rovině) symetrie.

Důkaz: Při symetrii působišť a velikostí sil je výslednice na ose (rovině) symetrie.



Těžiště je působišť výslednice tíhových sil.

*Představme si, že těleso je složeno z několika menších těles (v některých případech dokonce z nekonečně mnoha nekonečně malých těles). Na každé dílčí těleso působí dílčí tíhová síla. Jejich součet pak dává tíhu celého tělesa. Ta však, jako výslednice silové soustavy, má i své působišť; a to je právě těžiště.  $\rightarrow$  využíváme poznatky o určování výslednice silové soustavy s různými působišti.*

## Centrum tíhy plochy

Řešení plošného obrazce složeného z obdélníků, trojúhelníků, kruhů, ... Plošný obrazec rozdělíme na jednoduché plochy, zavedeme síly úměrné plochám v jejich centrech tíhy. Centrum tíhy celého obrazce řešíme jako statický střed.

$$\vec{G}_V = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 - \vec{G}_3$$

$$G_V = G_1 + G_2 - G_3$$

$$G_V = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g - m_3 \cdot g$$

$$G_V = \rho_1 \cdot t_1 \cdot S_1 \cdot g + \rho_2 \cdot t_2 \cdot S_2 \cdot g - \rho_3 \cdot t_3 \cdot S_3 \cdot g$$

Zde  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  a  $\rho_3$  jsou hustoty materiálů jednotlivých částí,  $t_1$ ,  $t_2$  a  $t_3$  jsou jejich tloušťky, a  $S_1$ ,  $S_2$  a  $S_3$  jsou plochy obrazců. Konečně  $g$  je gravitační zrychlení.

Představme si plošný útvar, složený ze tří dílů. Jde o reálné těleso s určitou hmotností, např. výstřižek z plechu. Tíha každého ze tří částí (úměrná jejich ploše) působí v těžišti. Tyto tíhové síly tvoří silovou soustavu, jež má svou výslednici. Vzhledem k tomu, že síly jsou navzájem rovnoběžné, je jejich výslednice dána prostým součtem dílčích tíhových sil. Působíště výslednice pak je těžištěm tělesa (plochy). Umístíme-li plochu do souřadného systému, doplníme o rozměry a vyjádříme dílčí tíhové síly a jejich součet - výslednici, můžeme polohu těžiště vyjádřit z momentové podmínky rovnováhy.

Jsou-li dále  $x_{T1}$ ,  $x_{T2}$  a  $x_{T3}$  souřadnice těžišť jednotlivých částí a  $x_{TC}$  je souřadnice těžiště celkové plochy, lze vyjádřit rovnost momentu výslednice k počátku souřadného systému a součtu momentů dílčích tíhových sil.

$$G_V \cdot x_{TC} = G_1 \cdot x_{T1} + G_2 \cdot x_{T2} - G_3 \cdot x_{T3}$$

a odtud konečně určit souřadnici těžiště celkové plochy :  $x_{TC} = \frac{G_1 \cdot x_{T1} + G_2 \cdot x_{T2} - G_3 \cdot x_{T3}}{G_V}$

Jsou-li všechny tři obdélníky ze stejného materiálu a je-li tedy  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$ , lze hustotu vykrátit.

$$x_{TC} = \frac{\rho_1 \cdot t_1 \cdot S_1 \cdot x_{T1} + \rho_2 \cdot t_2 \cdot S_2 \cdot x_{T2} - \rho_3 \cdot t_3 \cdot S_3 \cdot x_{T3}}{\rho_1 \cdot t_1 \cdot S_1 + \rho_2 \cdot t_2 \cdot S_2 - \rho_3 \cdot t_3 \cdot S_3}$$

Mají-li všechny obdélníky stejnou tloušťku  $t_1 = t_2 = t_3 = t$ , lze rovněž tuto tloušťku vykrátit.

$$x_{TC} = \frac{t_1 \cdot S_1 \cdot x_{T1} + t_2 \cdot S_2 \cdot x_{T2} - t_3 \cdot S_3 \cdot x_{T3}}{t_1 \cdot S_1 + t_2 \cdot S_2 - t_3 \cdot S_3}$$

$$x_{TC} = \frac{S_1 \cdot x_{T1} + S_2 \cdot x_{T2} - S_3 \cdot x_{T3}}{S_1 + S_2 - S_3}$$

Výsledná plocha je dána součtem ploch obdélníka ( $S_1$ ) a trojúhelníka ( $S_2$ ), od nichž odečítáme plochu kruhu ( $S_3$ ).  $S_C = S_1 + S_2 - S_3$

Souřadnice těžiště celkové plochy jsou dány vztahy:

$$x_{TC} = \frac{S_1 \cdot x_{T1} + S_2 \cdot x_{T2} - S_3 \cdot x_{T3}}{S_1 + S_2 - S_3}$$

$$y_{TC} = \frac{S_1 \cdot y_{T1} + S_2 \cdot y_{T2} - S_3 \cdot y_{T3}}{S_1 + S_2 - S_3}$$

# Centrum tíhy

V případě těžiště trojrozměrného tělesa postupujeme stejně jako u plochy, pouze přibývá třetí souřadnice.

Pro souřadnice těžiště tělesa, složeného z konečného počtu jednoduchých těles (t.j. takových, jejichž těžiště známe) lze shrnout :

$$x_{TC} = \frac{\sum_i V_i \cdot x_{Ti}}{\sum_i V_i}$$

$$y_{TC} = \frac{\sum_i V_i \cdot y_{Ti}}{\sum_i V_i}$$

$$z_{TC} = \frac{\sum_i V_i \cdot z_{Ti}}{\sum_i V_i}$$

Součet ve jmenovateli vyjadřuje celkový objem, součty v čitateli vyjadřují statické momenty objemů k jednotlivým osám.

V případě různých materiálů jsou dílčí objemy  $V_i$  jak v čitateli, tak ve jmenovateli navíc vynásobeny hustotou jednotlivých materiálů  $\rho_i$ .

Podobně pro jakýkoliv matematicky definovaný objem platí:

$$x_T = \frac{\int_V x \cdot dV}{\int_V dV}$$

$$y_T = \frac{\int_V y \cdot dV}{\int_V dV}$$

$$z_T = \frac{\int_V z \cdot dV}{\int_V dV}$$

## Moment setrvačnosti

Je fyzikální veličina, která vyjadřuje míru setrvačnosti tělesa při otáčivém pohybu. Její velikost závisí na rozložení hmoty v tělese vzhledem k ose otáčení. Body (části) tělesa s větší hmotností a umístěné *dál od osy* mají větší moment setrvačnosti.

Při otáčivém pohybu soustavy hmotných bodů kolem nehybné osy opisují jednotlivé hmotné body kružnice, jejichž středy leží na ose otáčení. Úhlová rychlost  $\omega$  všech bodů je stejná. Celkovou kinetickou energii určíme jako součet kinetických energií všech  $n$  hmotných bodů soustavy:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot v_i^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot I$$

Moment setrvačnosti  
soustavy hmotných bodů

V mechanice kontinua (v případě spojitě rozložené hmoty) lze k určení momentu setrvačnosti použít vztah, kde se integrace provádí přes celé těleso o celkové hmotnosti  $M$ :

$$I = J = \int_M r^2 dm$$

Z definice hustoty  $\rho$  lze určit element hmotnosti jako  $dm = \rho \cdot dV$ , kde  $dV$  je objemový element tělesa. Pak můžeme psát

$$I = \iiint_V \rho \cdot r^2 \cdot dV$$

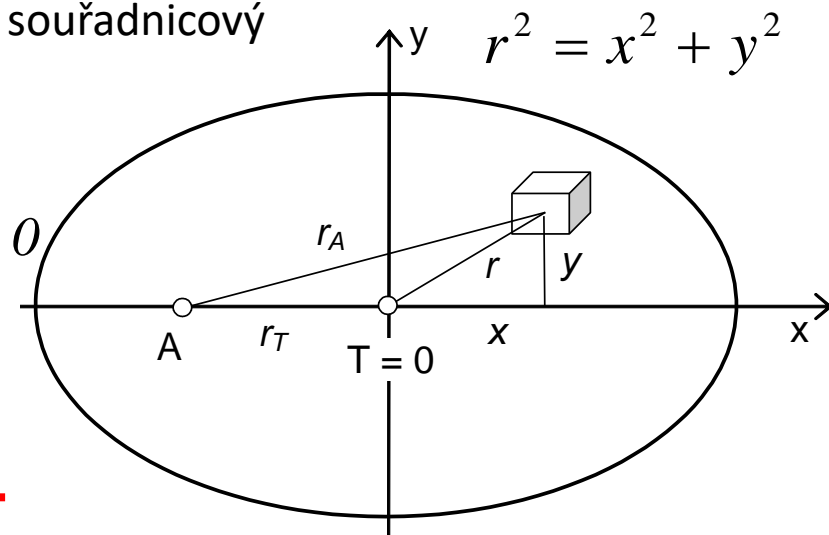
Moment setrvačnosti závisí na poloze osy otáčení, nejmenší je pro osu procházející těžištěm. Moment setrvačnosti vzhledem k ose rovnoběžné s osou procházející těžištěm lze vypočítat pomocí Steinerovy věty. Steinerova věta umožňuje tedy vypočítat moment setrvačnosti tělesa rotujícího kolem osy, která neprochází jeho těžištěm.

$$I = \int r_A^2 dm = \int [(r_T + x)^2 + y^2] dm = \int (r_T^2 + 2 \cdot r_T \cdot x + r^2) dm$$

Protože jsme počátek soustavy souřadnic zvolili v těžišti, pak podle vztahu pro výpočet polohy těžiště tělesa pro zvolený souřadnicový systém platí:

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_i}{m} = \frac{1}{m} \cdot \int x \cdot dm \Rightarrow x_0 \cdot m = \int x \cdot dm = 0$$

$$\Rightarrow I = r_T^2 \int dm + \int r^2 dm = \underline{m \cdot r_T^2} + I_T$$





Moment setrvačnosti můžeme určovat nejenom k ose, ale také k rovině, kdy mluvíme o plošném momentu setrvačnosti. U plošného momentu setrvačnosti se obvykle jedná o moment rovinné plochy. Pro výpočet můžeme použít vztahy pro výpočet momentu setrvačnosti k ose, přičemž položíme  $z = 0$ . Hmotnostní element  $dm$  je nahrazován plošným elementem  $dS$ .

Plošné momenty setrvačnosti k osám  $x, y$  jsou tedy

$$J_x = \int y^2 dS$$

$$J_y = \int x^2 dS$$

Z deviačních momentů je nenulový pouze

$$D_{xy} = \int xy dS$$

Moment setrvačnosti můžeme určovat nejenom k ose, ale také k bodu, kdy se jedná o tzv. polární moment setrvačnosti. Polární moment setrvačnosti části rovinné plochy (vzhledem k ose totožné se souřadnicovou osou  $z$ ). **Polární momenty nazveme centrální, je-li počátek souřadnic v centru tíhy.**

$$I_P = \int_A r^2 dA = \int_A y^2 dA + \int_A z^2 dA = I_z + I_y$$

plocha průřezu

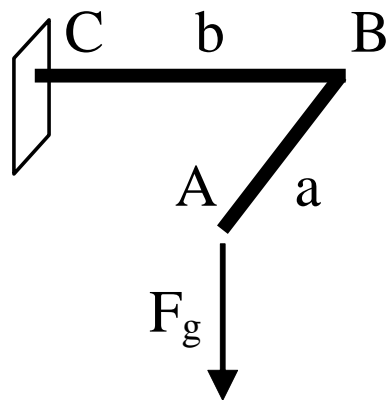
$$A = \frac{\pi \cdot (d_1^2 - d_2^2)}{2}$$

plošný moment  
setrvačnosti

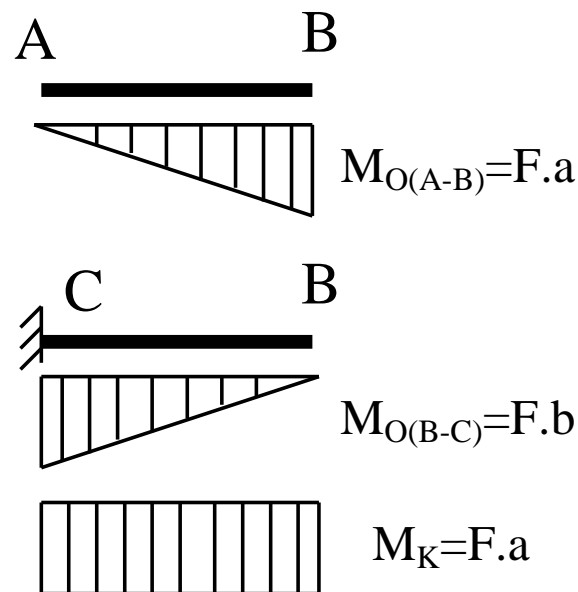
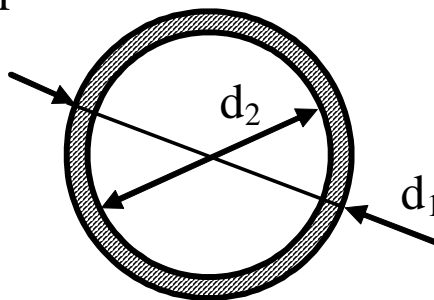
$$J_{1,2} = \frac{\pi}{64} \cdot (d_1^4 - d_2^4)$$

polární kvadratický moment

$$J_P = \frac{\pi}{32} \cdot (d_1^4 - d_2^4)$$



průřez



## Elipsa setrvačnosti, poloměry setrvačnosti

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} \quad i_1 = \sqrt{\frac{I_1}{A}}, i_2 = \sqrt{\frac{I_2}{A}}$$

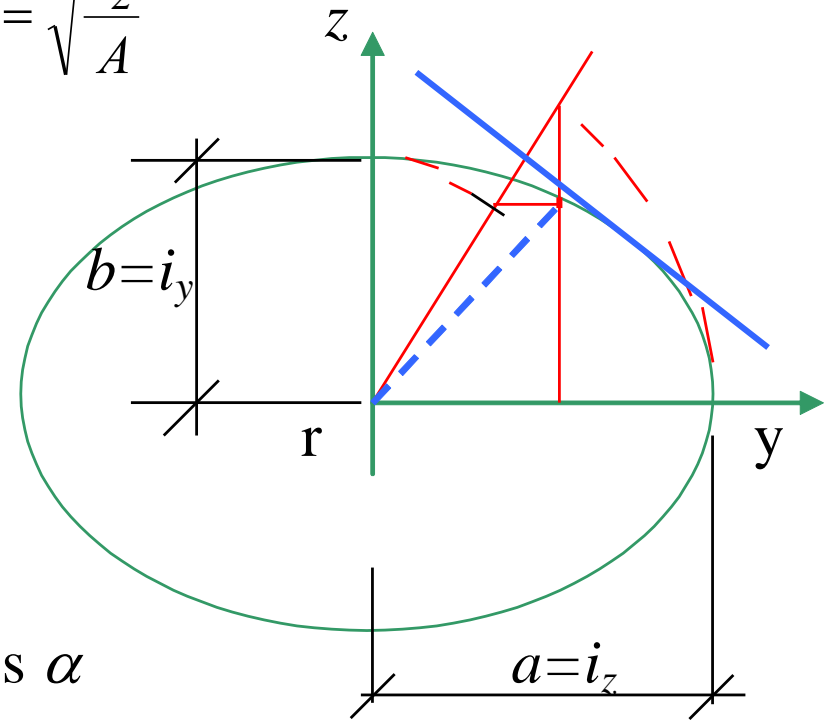
Pro hlavní osy ( $D_{yz} = 0$ ),  $i_1 = i_z$ ,  $i_2 = i_y$

$$I_\zeta = I_z \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha / \frac{1}{A}$$

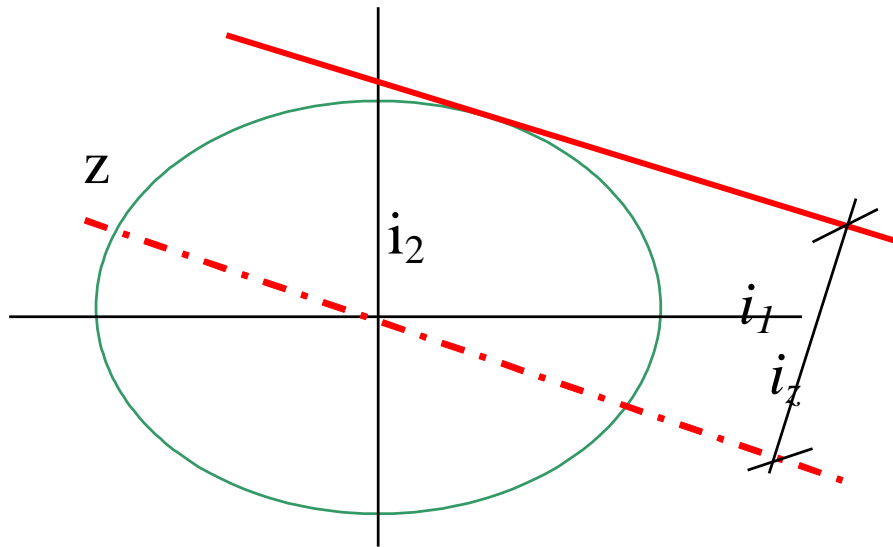
$$\frac{I_\zeta}{A} = \frac{I_z}{A} \cos^2 \alpha + \frac{I_y}{A} \sin^2 \alpha$$

$$i_\zeta^2 = i_z^2 \cos^2 \alpha + i_y^2 \sin^2 \alpha$$

Srovnajme s rovnicí elipsy  $y = a \cos \alpha$   
 $z = b \sin \alpha$



Nakreslíme elipsu o poloosách  $i_1$ ,  $i_2$  (hlavní poloměry setrvačnosti).  
Použití elipsy setrvačnosti ke zjištění poloměru setrvačnosti k šikmé ose ( $i_\zeta$ )  
Nakreslíme tečnu k elipse setrvačnosti rovnoběžnou se směrem osy.  
Poloměr setrvačnosti  $i_\zeta$  je roven vzdálenosti tečny od osy.



**poloměr setrvačnosti se  
vynáší kolmo k ose, které  
se týká**

**Centrální elipsa setrvačnosti je elipsa setrvačnosti pro počátek souřadnic v centru tíhy.**

Postup určení centrální elipsy setrvačnosti si předvedeme na příkladu.

# Shrnutí - Průřezové parametry pružezu :

Průřezová plocha  $S$  [ $m^2$ ,  $mm^2$ ]

Těžiště - osa procházející těžištěm bývá nazývána „neutrální osa“

Statický moment  $M_S$  [ $m^3$ ,  $mm^3$ ] plochy nad počítaným místem k neutrální (těžištní) ose

Moment setrvačnosti

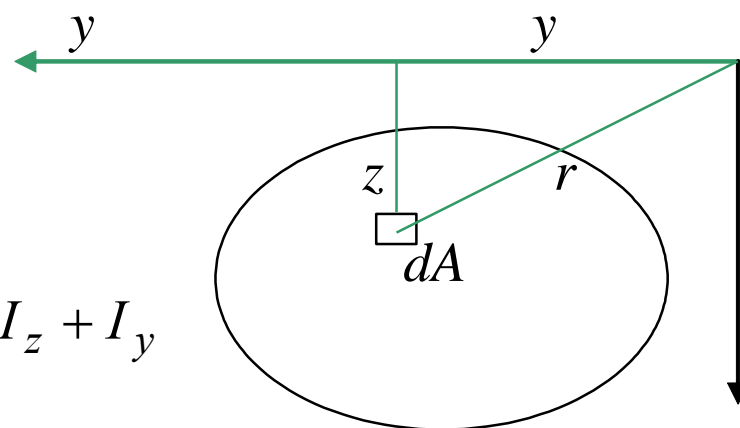
$$I_y = \int_A z^2 dA, \quad I_z = \int_A y^2 dA$$

Deviační moment

$$D_{yz} = \int_A yz dA$$

Polární moment

$$I_P = \int_A r^2 dA = \int_A y^2 dA + \int_A z^2 dA = I_z + I_y$$



## Postup určení průřezových charakteristik složitého tvaru průřezu (hranice je lomená čára – polygon)

1. Zvolíme kdekoliv počátek souřadnic a určíme souřadnice vrcholů hranice. Rozdělíme průřez na trojúhelníky tak, aby podle obrázku byl jeden vrchol v počátku.

2. Průřezová plocha jednoho trojúhelníka je určena vztahem

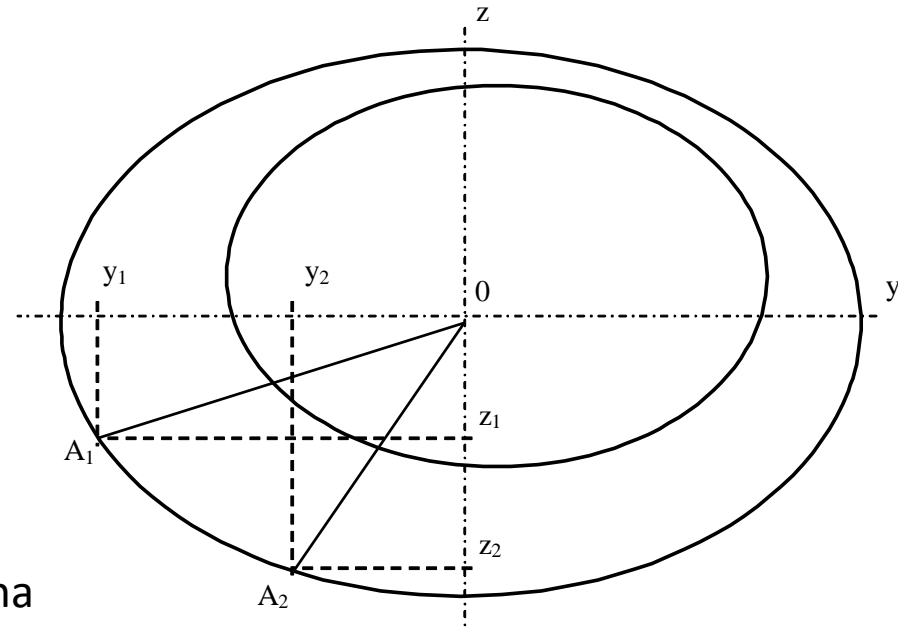
$$A = \frac{1}{2} (y_1 z_2 - y_2 z_1)$$

3. Statické momenty plochy jsou (plocha násobena souřadnicí těžiště, což je aritmetický průměr souřadnic vrcholů)

$$S_y = \frac{A}{3} (z_1 + z_2), S_z = \frac{A}{3} (y_1 + y_2)$$

4. Určíme souřadnice centra tíhy

$$y_c = \frac{S_z}{A}, z_c = \frac{S_y}{A}$$



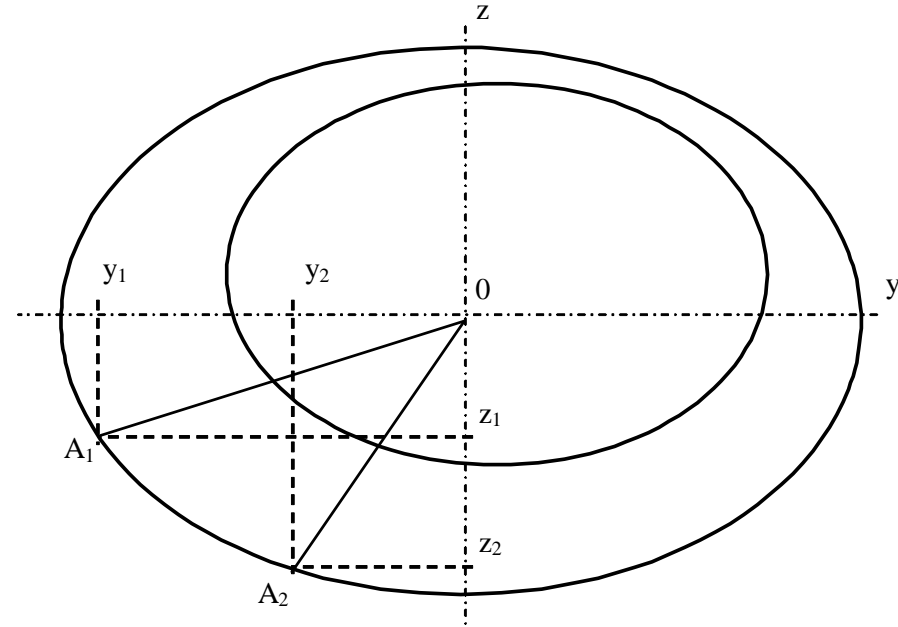
5. Moment setrvačnosti k osám „rotace“ x, y: jednoho trojúhelníka je s využitím **Steinerovy věty**

$$I_y = \frac{A}{6} \cdot (z_1^2 + z_1 z_2 + z_2^2) + A \cdot z_C^2$$

$$I_z = \frac{A}{6} \cdot (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) + A \cdot y_C^2$$

deviační moment:

$$D_{yz} = \frac{A}{6} \cdot \left( y_1 z_1 + \frac{y_1 z_2 + y_2 z_1}{2} + y_2 z_2 \right) + A \cdot y_C \cdot z_C$$



Celkové momenty setrvačnosti a deviační moment  $I_Y = \sum_{i=1}^n I_{y_i}$   $I_Z = \sum_{i=1}^n I_{z_i}$   $D_{YZ} = \sum_{i=1}^n D_{yzi}$

Hlavní (extrémní) momenty setrvačnosti

$$I_{1,2} = \frac{I_Y + I_Z}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{I_Y - I_Z}{2} \right)^2 + D_{YZ}^2}$$

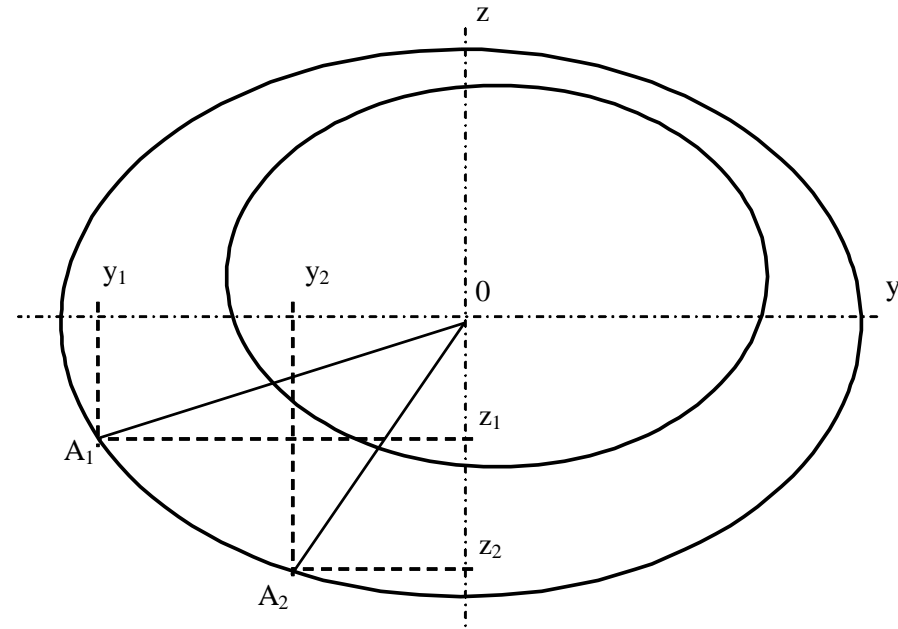
Kontrola  
 $I_Y + I_Z = I_1 + I_2$

6. Směr hlavních os

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot D_{YZ}}{I_Y - I_Z}$$

7. Poloměry setrvačnosti

$$i_1 = \sqrt{\frac{I_1}{A}} \quad i_2 = \sqrt{\frac{I_2}{A}}$$



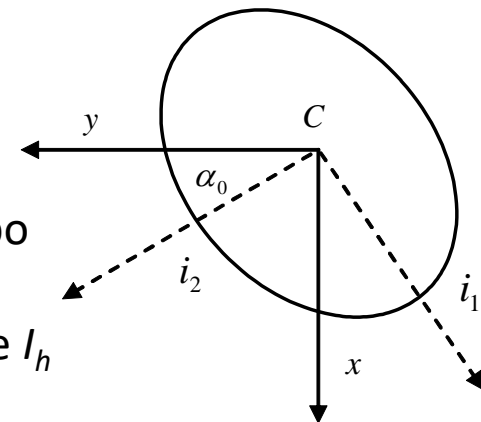
8. Nakreslení elipsy setrvačnosti.

Souřadný systém v centru tíhy pootočíme o  $\alpha_0$  a kolmo k osám vyneseme  $i_1$  a  $i_2$  a jako poloosy elipsy setrvačnosti. Na kterou stranu vynést  $i_1$  a  $i_2$  se rozhodneme následujícím postupem:

Větší z poloměrů vyneseme na obě strany ve směru, kde je průřez tužší na ohyb.

K ose, ke které byl větší moment setrvačnosti  $I_y$  či  $I_z$ , přísluší i větší  $i_1$  po jejich pootočení, větší  $i_2$  vneseme pak kolmo na obě strany.

Zda k pootočené ose  $y$  přísluší  $I_1$  nebo  $I_2$  poznáme dosazením do vzorce  $I_h$  pro pootočení souřadného systému.





Kosterní systém člověka se soustavou kloubů je spojena se svalovým systémem.

Představuje opěrnou konstrukci z pák a stabilních základů.

Kostra je funkčně propojena také s kardiovaskulárním systémem a určité orgány také chrání. Dále jsou kosti zásobárnou důležitých minerálních látek.

Dvě hlavní součásti kosterního systému se nazývají axiální a apendikulární skelet.

Axiální skelet sestává z lebky, páteře, žeber a hrudní kosti.

Apendikulární skelet zahrnuje kosti ramene, paže, zápěstí a ruky a zároveň kosti pánve, nohy, kotníku (hlezna) a chodidla.

## Kosterní systém

### Mechanická funkce:

-pákové funkce připojení svalů (systém využívající momentů sil pro změnu sil, rychlostí,... kůstky středního ucha i zesilovací člen)

-podpírání a spojování pro zachování konstrukční stability a mechanických vazeb (páteř - hlava, trup,...)

-ochrana vnitřních orgánů (žebra,...)

### Další využití:

- Vytváří červené krvinky
- Slouží jako aktivní zdroj vápníku a fosforu

Máme asi 206-214 odlišných kostí

- páteř - 26

- lebka – 8

- obličej – 14

- sluchové kůstky – 6

- žebra a hrudní kost – 26

- horní končetiny – 64

- dolní končetiny – 62

## Tvary kostí :

dlouhé kosti – stehenní, holenní, loketní, vřetení

krátké kosti – zápěstní a zánártní

ploché kosti – žebra, hrudní kost, lebeční kosti, lopatka

nepravidelné – sedací, stydká kost, obratle

tvar sezamu, semene – češka

## Dlouhé kosti – biomechanika hlavně studuje jejich vlastnosti

- duté těleso, uvnitř kostní dřeň (červená dřeň – krvetvorba)
- povrch, tenká kompaktní vrstva
- vnitřek – spongiozní část (u kloubů není dutina)

Dlouhé kosti ruky: humerus, radius, ulna

Dlouhé kosti nohy: femur, tibie, fibula

## Ostatní kosti

- povrch – kompakta
- uvnitř – spongioza u povrchu hustší (spongioza 20% skeletu)
- okostice - vazivový obal kosti (mimo připojení svalů a v kloubech)

## Dělení stavby kosti podle porovitosti: Cortical vs. Cancellous Bone

Cortical (compact) – 5 až 30% pórů.

Cancellous (trabecular, spongy) – 90% pórů.

- Kortikální část je tvrdší, vydrží větší tlak, ale méně deformace před poškozením
- Spongiózní zlomeniny kostí, když deformace překročí 75%
- Kortikální zlomeniny kostí, když deformace překročí 2%
- Spongiózní kost má schopnost větší absorpce deformační energie

Stavba kosti :

Osteon s lamelami a Haversovým kanálkem,  
kolagení vlákna, minerální krystaly

- 1) lamely s Haversovými kanálky,
- 2) vmezeřené lamely,
- 3) povrchové lamely,
- 4) lamely spongiózní kosti

## Materiálové vlastnosti kostí

Materiál kosti je možné při největším zjednodušení považovat za lineárně pružný a isotropní (ve všech směrech stejné vlastnosti).

Vlastnosti dlouhých kostí za předpokladu lineární pružnosti:

	Pevnost v tahu MPa	Maximální deformace %	Modul pružn. 10 <sup>4</sup> MPa
femur	124	1,41	1,76
tibie	143	1,50	1,84
ulna	149	1,59	1,89
humerus	125	1,43	1,75
radius	152	1,50	1,89
ulna	151	1,49	1,88

Ve skutečnosti je kompaktní část kosti ortotropní → vlastnosti jsou jiné v podélném a příčném směru.

Mez pevnosti v podélném směru je 8x vyšší než v radiálním a tangenciálním.

## Axiální systém

- nosná,
- protektivní
- Hybná funkce

Axiální systém tvoří

osový skelet = páteř, .....

spoje na páteři,

svaly pohybující osovým skeletem,

kosterní základ hrudníku i jeho spoje,

dýchací svaly

(popř. + nervová soustava)

Posturální systém = systém zajišťující vzpřímenou polohu těla, zahrnuje navíc hybnou část pánve a dolní končetiny.

Axiální systém je částí (subsystémem) posturálního systému.

Pohybový segment páteře je základní jednotkou páteře

Pohybový segment je tvořen:

- Sousedící poloviny obratlových těl,
- pár meziobratlových kloubů,
- meziobratlová destička,
- fixační vazivo
- svaly.

Dle funkčního hlediska

- nosná a fixačními komponenta: obratle a meziobratlové vazy
- Hydrodynamická komponenta: meziobratlové destičky a cévní systém
- Kinetická komponenta: klouby a svaly.

Obratel -základním prvek nosné komponenty páteře.

Obratel se skládá z:

- těla obratle (nejmasivnější část),
- obratlového oblouku ohraničujícího obratlový otvor,
- kloubních výběžků.

Tělo obratle - krátká kost s kompaktní částí na bočních plochách a styčných plochách. Hojná spongióza obratlových těl (krvetvorná kostní dřevina). Kompaktní část obratle přenáší 45 - 75 % vertikálního zatížení působícího na obratel, spongiózní část nese zbývající zatížení.

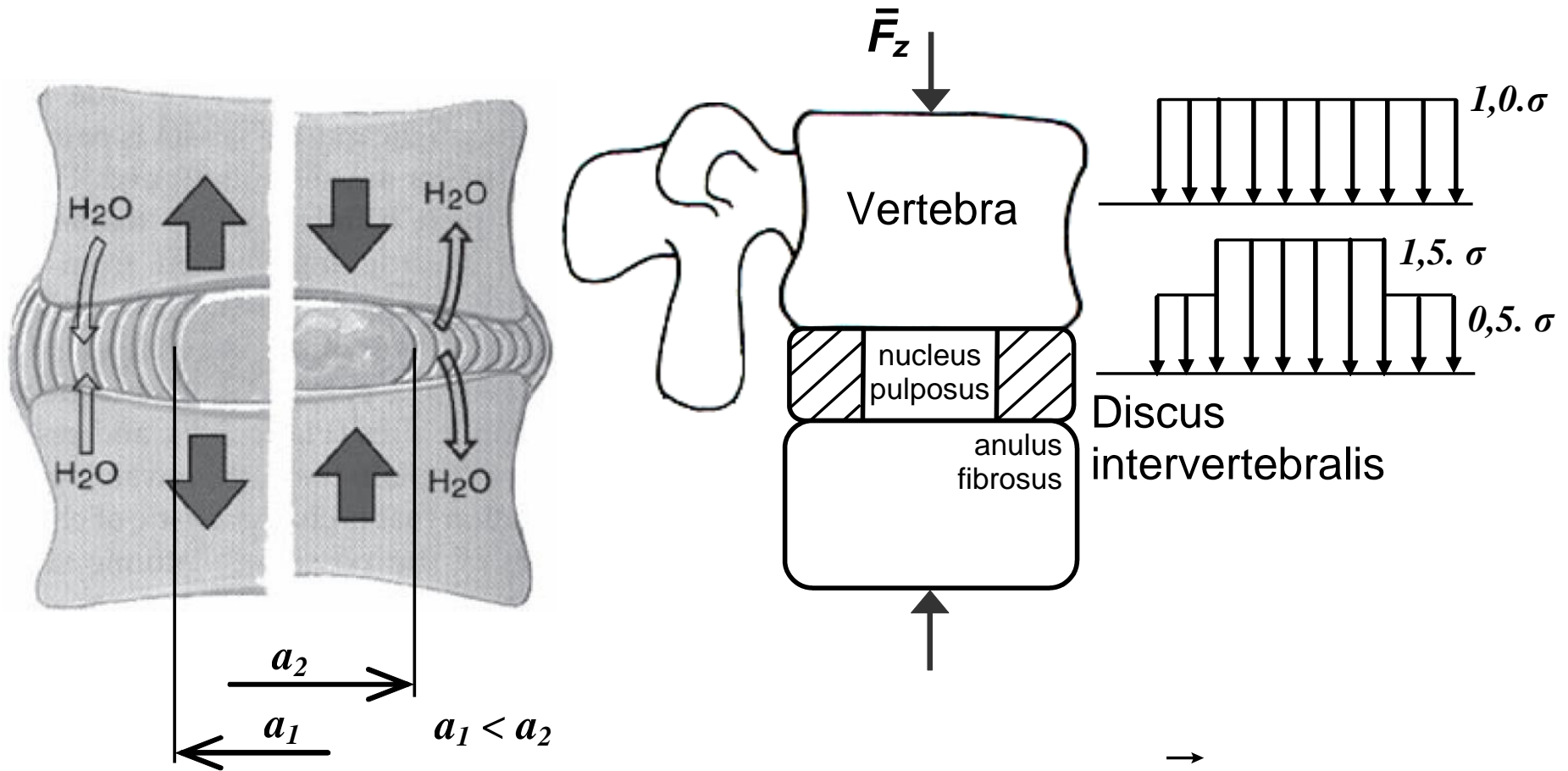
Hlavní zatížení nesou těla bederních obratlů a těla dolních hrudních obratlů.

Pevnost těla obratle na tlak působící v osové směru, je pět až sedmkrát větší než pevnost na tlak působící na obratel v bočním nebo předozadním směru.

Skelet segmentu, snáší asi patnáctiprocentní deformaci a jeho pevnost v tlaku dosahuje až 7,0 kPa.



# Rozložení napětí v průřezu meziobratlové ploténky při kolmém stlačování



$$\sigma_{ot} = \frac{\vec{F}_z}{S_n} \leq \sigma_{otD}$$

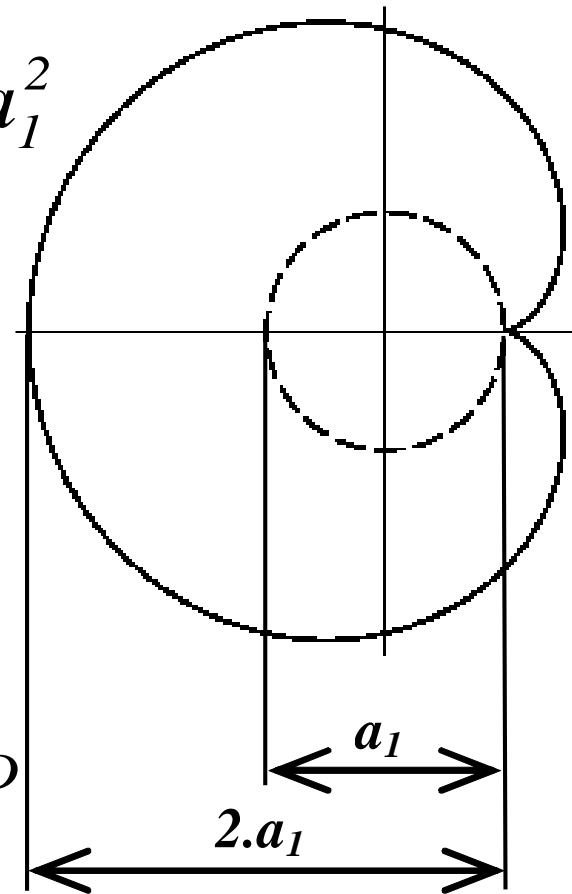
Nucleus pulposus reprezentovaný  
epicykloidou

$$S_n = \frac{3}{2} \cdot \pi \cdot a_1^2$$

$$\sigma_{ot} = \frac{\vec{F}_z}{S_n} \leq \sigma_{otD}$$

$$\vec{F}_z \leq \sigma_{otD} \cdot S_n = \sigma_{otD} \cdot \frac{3}{2} \cdot \pi \cdot a_1^2$$

$$\sigma_{otD} = f_{kort} \cdot \sigma_{kortD} + f_{spon} \cdot \sigma_{sponD}$$



$f_{kort}$  a  $f_{spon}$  - podíly obratle kortikální resp. spongiózní části podílející se na přenosu zatížení,

$$f_{kort} = 1/9$$

$$f_{spon} = 8/9.$$

Mezní napětí těchto částí je přibližně

$$\sigma_{kortD} = 120 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sponD} = 11 \text{ MPa}.$$

Vazy - fixační komponenty páteře, inervovány (zdroj informací), signalizujících napětí, resp. směr pohybu určitého úseku páteře.

Rozlišujeme: dlouhé a krátké vazy - fixaci segmentů se účastní oba typy vazů. K dlouhým vazům patří přední a zadní podélný vaz a mezi krátké vazy patří vazy spojující oblouky a výběžky sousedních obratlů.

Stavba dl.předního vazů: 20 - 25 mm široký pruh kolagenního vaziva, který je vždy pevněji fixován k hornímu okraji obratlového těla, než k jeho dolnímu okraji. Přední podélný vaz svazuje a zpevňuje prakticky celou páteř. Napíná se při retroflexi (záklonu) a brání ventrálnímu vysunutí meziobratlové destičky.

# Šlachy x vazy

## Vaz

vláknitý pás měkkých tkání k spojení dvou kostí v kloubu

### Funkce

- ke stabilizaci kloubů a omezení rozsahu pohybu.
- zajišťuje poměrně přesný vzájemný relativní pohyb kostí v kloubu
- tvar a fyzikální vlastnosti ploch v kloubu společně s napětím vazů zajišťuje správný pohyb.
- poskytuje vnímání, kde jsou části těla, a co dělají.

### Složení

- (1) 55% - 65% wet weight water
  - (2) 70% - 80% dry weight collagens
  - (3) 10% - 15% dry weight elastin
- elastin - pružný (deformace až 200%)  
kolagen - pevnější a tužší

# Šlacha

vláknitý pás měkkých tkání připojených ke kosti a svalu

## Funkce

- akumulace energie v průběhu aktivity

Například: elastická energie uložena v patní šlacha a následně převedeny na potenciální energie nohy v průběhu cyklu chůze/běhu

- zajišťuje přenos sil a spojení mezi svalem a kostí

- poskytuje vjem o poloze částí těla

## Složení

(1) 55% - 65% wet weight water (vody)

(2) 75% - 85% dry weight collagens (kolagenu)

(3) less than 3% dry weight elastin (elastinu)

# 4. Hodnocení pohybu

Popis pohybů – typy pohybů:

Translační pohyb

Všechny části všech objektu nebo systému se pohybují ve stejné vzdálenosti, směru a čase

Přímočarý – podél přímky

Křivočarý – podél křivky

Úhlový pohyb (nebo rotace)

Všechny body objektu nebo systému vykonávají kruhový pohyb vzhledem k ose rotace. Všechny body objektu se pohybují stejným úhlovým natočením v konkrétním okamžiku

Osy rotace:

- Myšlená čára, objekt se otáčí kolem této čáry
- Orientovaná kolmo k rovině rotace

Obecný pohyb - kombinace translace a rotace  
pohyb těla se většinou skládá z obecného pohybu

### 1-D pohyb

Platí pro pohyb bodu podél přímky

Vyžaduje pouze popis polohy jedinou hodnotou

Jde často o zjednodušení popisu pohybu využitím pohybu těžiště

### 2-D Pohyb

Pohyb v rovině

2 hodnoty ( $x$  a  $y$  koordináty) k popisu polohy

1 hodnota ( $\theta$ ) k určení orientace

### 3-D Pohyb

Pohyb ve více rovinách

3 hodnoty ( $x$ ,  $y$  a  $z$  koordináty) k popisu polohy

3 hodnoty úhlů k určení orientace

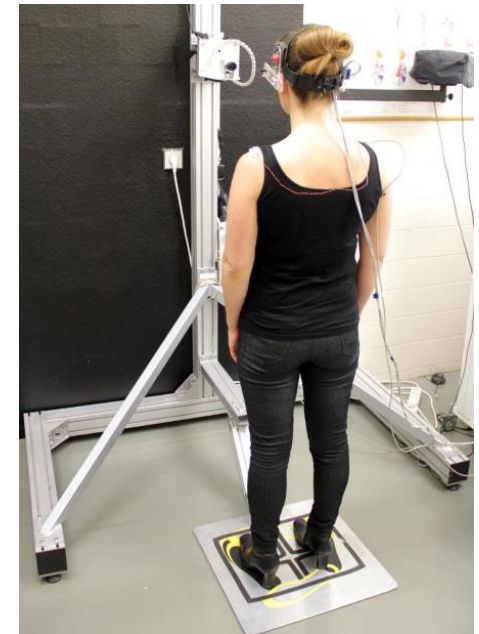
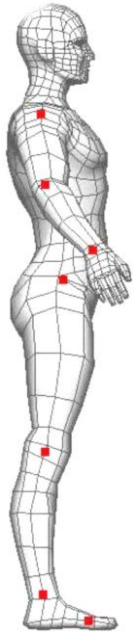
## Prostorové referenční systémy

používáme pro popis pohybu v prostoru

Zavedeny standardizované r. s.

## Kartézský souřadnicový systém

- Pohyby hodnocen především v jednom směru nebo rovině. Běžně se analyzuje max. v 2D kartézském souřadnicovém systému
  - X (horizontal) direction
  - Y (vertical) direction
- 3-dimensional doplněním osy z





## Absolutní vs. Relativní souřadnicová soustava

- **Absolute reference frame**

Je v prostoru pevně stanovena

- **Relative reference frame**

Je fixována k pohybujícímu se objektu

Používá se k nalezení/popisu:

- Anatomických struktur,
- Kloubů a segmentů v 3-D;

## Anatomická referenční soustava

Používá se k popisu:

- Směru pohybu
- Osy otáčení
- Může být vztažen k celému tělu nebo jednotlivým segmentům

Další důležitý krok je identifikovat

### **Stupně volnosti**

Cílem je mít minimální počet proměnných k určení pozice sledovaného objektu/systému

V kloubu můžeme určit:

Osy konkrétních segmentů, a odtud určit vzájemné relativní pohyby jednotlivých segmentů,

dále osy absol. s.s. kolem kterých segmenty rotují a následně pohyb segmentů k sobě navzájem.

Každý kloub může mít maximálně 6 stupňů volnosti

– 3 translational

– 3 rotational

U určování stupňů volnosti / pohybu se zanedbávají nepatrné pohyby

## Omezení stupňů volnosti

jsou potřeba síly k odstranění nebo omezení pohyblivosti

- síly vznikají:
  - tvarem kostí
  - vazy
  - svaly
  - měkkou tkání
  - vnější (e.g. opírání se)
- výsledky poranění mají vliv – např. více omezí nebo naopak doplní stupeň volnosti

## Průměrná vs okamžitá rychlost

- Předchozí vzorec dává průměrnou rychlost mezi počátečním a finálním okamžikem
- Okamžitá rychlost = rychlost vztažená k jedinému okamžiku v čase

Z naměřených veličin se určuje metodami  
Lineární a nelineární analýzy :

- Rozsah pohybu,
- Minimální nebo maximální hodnota
- index symetrie
- rozptyl hodnot
- rozdíl od normy
- Frekvence
- trend vývoje
- atd.

## Mechanická práce

Mechanická práce je vykonaná silou  $F$  za určitou dobu při přesunu/posunu z jednoho bodu do druhého po určité dráze v určitém směru

$$W = F_x d_x + F_y d_y$$

- $F_x, F_y$  : x a y složky síly
- $dx, dy$  : x a y složky vektoru posunu

Pozitivní práce: Síla a posunutí ve stejném směru. Indikuje zvýšení rychlosti objektu

Negativní práce: Síla a posunutí v opačných směrech. Indikuje sílu snižující rychlost pohybu

## Výkon

Výkon = míra vykonané práce

Výkon počítáme jako práci vykonanou v daném čase

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Dostáváme průměrný výkon za časový interval  $\Delta t$

Výkon může být vytvářen ( $P > 0$ ) nebo absorbován ( $P < 0$ )

Okamžitý výkon určuje jaká je vykonána práce v konkrétním okamžiku

Okamžitý výkon se vypočítá jako násobek síly a rychlosti v daném směru.

$$P = F_x v_x + F_y v_y$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F_x d_x + F_y d_y}{\Delta t}$$

Mechanická práce vytváří změnu energie tělesa a naopak akumulovaná energie se může transformovat na práci:

$$W = \Delta KE + \Delta PE$$

Síla vytvářející pozitivní práci:

- roste energie systému (generování energie)
- Příklad: koncentrická svalová síla - využívá k překonání zátěže kontrakci svalu, který vykonává svalovou práci. Tato kontrakce je charakterizována zmenšením vzdálenosti mezi úpony svalu.

Síla vytvářející negativní práci:

- Snižuje energii systému (odvádí energii)
- Příklad: kinetické tření, excentrická svalová síla - dochází k obrácenému pohybu v porovnání s koncentrickou svalovou prací, sval se prodlužuje do délky, zvětšuje se vzdálenost mezi svalovými úpony a sval provádí brzdivou sílu působící na zátěž.
- Uvolněná energie se transformuje na vnitřní teplo

Vztahy pro energii umožňují pochopit vztahy mezi vytvářenou silou, změnou rychlosti, změnou výšky a deformace. Mnoho aktivit je dáno přeměnou energie mezi různými formami.

## Práce & výkon v biomechanice

Analýza práce může identifikovat neefektivní způsoby pohybu nebo plýtvání energie

Práce a výkon může identifikovat, zda-li síly generují nebo zpomalují pohyb

$> 0 \rightarrow$  Generování pohybu (koncentrická síla)

$= 0 \rightarrow$  síla = 0 a/nebo

rychlost = 0 (izometrická síla)

$< 0 \rightarrow$  Zpomalovaný pohyb (excentrická síla)

Mechanická práce souvisí jen přibližně s kalorickým výdejem energie

### Výkon svalu

- Protože síla svalu závisí na rychlosti zkracování svalu, tak určuje také výkon svalu – generování a zpomalování pohybu.



## Kinetická Energie

Energie - schopnost vykonat práci

Kinetická energie = energie spojená s pohybem

$$KE = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

- m : hmotnost objektu
- v : velikost rychlosti objektu
- I : moment setrvačnosti objektu
- $\omega$  : úhlová rychlost objektu

## Potenciální energie

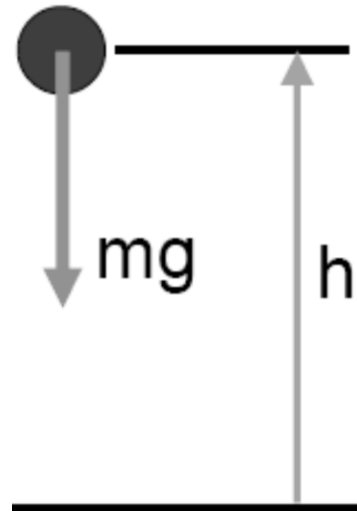
Potenciální energie – je uloženou energií, kterou lze převést v práci

Souvisí s polohou nebo konfigurací objektu,

Polohová energie je potenciální energie a je dána hmotností

- m : hmotnost objektu
- g : zrychlení gravitační
- h : referenční výška

$$PE_g = mgh$$



## Deformační energie

Deformační tzv. elastická energie je potenciální energie vztahující se k deformaci objektu

Je práce která může být vykonána při návratu do původního tvaru objektu

$$PE_{se} = \frac{1}{2} k x^2$$

- k : pružinová konstanta
- x : deformace od nezatížené délky (tvaru) objektu

## Princip práce a energie

Práce vytvořená vnější silou se rovná změně celkové energie systému

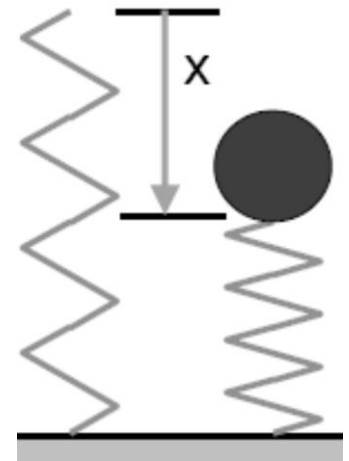
$$W = \Delta KE + \Delta PE$$

- W : práce
- $\Delta KE$  : změna kinetické energie (KE konečná – KE původní)
- $\Delta PE$  : změna potenciální energie (PE konečná – PE původní)

## Zachování energie:

Je-li  $W = 0$ , celková energie systému zůstává konstantní

Energie se může transformovat od energie kinetické na potenciální, a naopak



Pojmy vztažené k deformaci/energii.....

Energie napjatosti:

potenciální energie nahromaděná v jednotce objemu hmoty při jeho přetvoření.  
U dokonale pružného tělesa se energie napjatosti rovná deformační práci.

Deformace (přetvoření):

změna tvaru tělesa způsobená silovými nebo teplotními a jinými účinky

- Deformace elastická (vratná) - po odstranění působení “silového“ účinku zaujme svůj původní tvar, tj. těleso se dosti rychle vrátí k původním rozměrům.
- Deformace plastická (trvalá) - těleso po odstranění působení “silového“ účinku zůstává ve zdeformovaném stavu.

Deformační práce:

práce, kterou nutno vynaložit, aby se těleso deformovalo

# 5. Biomechanika chůze a stabilita

Equilibrium (rovnováha) - objekt je a zůstane v klidu

Stabilita - schopnost odolávat narušení rovnováhy; Schopnost těla k návratu do původního stavu v případě narušení

Balance (balancování, vyváženost) - schopnost ovládat rovnováhu např. posunem dolních končetin.

Factors that affect stability:

Mass, friction, horizontal position and height of center of gravity with respect to the base of support.

Statická rovnováha

- Systém je a zůstane v klidu
- Objekt se nepohybuje ani translačním ani rotačním pohybem
- Podmínky pro statické rovnováhy jsou z 1. Newtonova zákona

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma T = 0$$

Celková vnější síla ve směru x se rovná nule

Celková vnější síla ve směru y se rovná nule

Celkový moment produkovaný všemi vnějšími silami a celkový moment od externích momentů se rovná nule

→ Lze použít libovolný bod v prostoru jako osu rotace, můžeme vyřešit až 3 resp. 6 neznámých veličiny

## Těžiště (COM)

Geometrický bod, kolem něhož je tělesná hmotnost rovnoměrně rozložena - „průměrné“ umístění hmotnosti tělesa

Polohy těžišť segmentů a jejich hmotnosti se mohou určit pomocí antropometrických tabulek

$$x_{\text{com}} = \frac{\sum (x_i m_i)}{\sum m_i}$$

## Centrum tlaku (COP) – střed rozložení tlaku

- Reakční síla působící pod tělem a distribuovaná po celé styčné ploše
- Centrum tlaku - bod, kolem něhož je reakční síla rovnoměrně rozložena

## Opora

Oblast ohraničená všemi místy, v nichž je tělo v kontaktu s opěrnou plochu

Osoba se může pohybovat centrem tlaku v rámci opory, ale centrum tlaku přesunout mimo oporu za předpokladu statické stability nelze.

## Statická stabilita

rovnováha - centrum tlaku musí být přímo pod těžištěm těla a průmět těžiště těla musí být v rámci hranic opory



## Dynamická stabilita

Mnoho dynamických pohybů, včetně chůze a běhu, jsou nestabilní

Chůze a běh se v podstatě skládají ze série přerušovaných pádů

→ obtížné kvantifikovat stabilitu během těchto úkolů

Stabilita v případě kdy není  
průmět těžiště těla v rámci  
hranic opory ...

Pokud v případě statické  
stability prochází nositelka  
tíhové síly bodem COP tak v  
případě dynamické stability  
musí bodem COP procházet  
nositelka výsledné síly (složená  
z tíhové, setrvačné,  
odstředivé,.... síly)

# Studium struktury chůze, chůzového cyklu,.....

- Chůze je řízený pád, ve kterém tělo padá vpřed z pozice stabilní, zajištěné stojnou dolní končetinou, na druhostrannou dolní končetinu.
- Krokový cyklus, neboli dvojkrok se skládá ze dvou základních fází (Vaughan, 1992). Stojná fáze “stance phase” a Švihová fáze “swing phase”



Exoskeleton-Pacient

**Ovládání**

Start Pause Stop Otevřít soubor

**Základní informace**

<b>Jméno:</b> Jan	<b>Datum:</b> 1.1.2021
<b>Příjmení:</b> Novák	<b>Čas:</b> 14:59:59

**Informace o aktivitě**

<b>Čas aktivity:</b> 0.0 min	<b>Vzdálenost:</b> 0 m
<b>Čas chůze:</b> 0.0 min	<b>Počet kroků:</b> 0
<b>Čas stoje:</b> 0.0 min	<b>Ø Délka kroku:</b> 0 cm
<b>Skóre:</b> 0 bodů	<b>Ø Rychlost:</b> 0 cm



# Krokový cyklus podle Perry

- 1. Počáteční kontakt -“initial contact”, IC, 0%.
- 2. Stadium zatěžování -“loading response”, LR, 0-10%.
- 3. Střed stoje -“midstance”, MS, 10-30%
- 4. Konečný stoj -“terminal stance”, TS, 30-50%
- 5. Předšvihová fáze -“preswing phase”, PSW, 50-60%
- 6. Počáteční švih -“initial swing”, ISW, 60-70%
- 7. Střed švihu -“midswing”, MSW, 70-85%
- 8. Konečný švih -“terminal swing”, TSW, 85-100%

## Metody měření

- Stabilometrické plošiny

- Siloměrné plošiny

- Tlakoměrné plošiny rozložení tlaku

- Segmentová metoda měření MoCap systémy (hl. kamerové)

- Pedobarografie: pro záznam rozložení tlakových sil je využívána matice několikaset miniaturních snímačů, pravidelně rozmístěných v relativně malých vzdálenostech. Různé metody detekce kontaktních tlaků (a jejich rozložení) plošky nohy s povrchem podložky
- Siloměrnými či tlakoměrnými deskami se často měří výsledná reakční síla či síla pod částmi chodidla.
- Stabilometrická plošina tím, že poznáme síly působící v jednotlivých podpěrách určíme momenty působící na silovou desku, a odtud působiště výsledné síly, tj. těžiště těla.

# Hodnocení posturální stability:

- Délka trajektorie COP,
- Rychlost pohybu trajektorie COP,
- Amplitudově-frekvenční zobrazení rychlosti a zrychlení pohybu COP
- Konvexní obálka všech bodů
- Konfidenční elipsa statistického hodnocení polohy COP

## **95% konfidenční elipsa (E) poloh COP**

poloha středu E v ose x, y  
směrodatné odchytky středu E

### **(postural sway)**

SDx – směr mediolaterální

(Ax, MLsway...)

SDy – směr anteroposteriorní

(Ay, APsway...)

plocha E (area) – **p195**

(e-area, sway area)

velikost poloos a, b, úhel  $\varphi$

Nástroje pro měření kinematických veličin:

možno vypočítat polohu COM, ale také síly ve svalech, kloubech, úhlové rychlosti, zrychlení,.....

Kinematografie & Videografie

- Standardní video 30 snímků za sekundu
- Větší počet kamer zachytí více informací
- digitalizace a následně další možnosti analýz

Ostatní monitorovací systémy pohybu

- Real-time sledování LED
- s počítačem spojené kamery identifikace a sledování objektu

Goniometr nebo Electrogoniometer

Akcelerometry

Sledované parametry chůze:

- Rychlost chůze–
  - průměrná rychlost 1,35 m/s
  - maximální 3,6 m/s
- Časový interval KC–
  - pomalá chůze 3 s
  - rychlá chůze 1s
- Frekvence (kadence) chůze – 113-118 kr/min
- Průměrná vzdálenost za den - 3,2 –6,4 km

Presentace kinematických úhlových veličin:

- Úhel vs. čas - nejčastější
- úhel vs. úhel – např. koleno a kyčel, levé a pravé koleno atp.
- Zobrazené fáze (Phase Plot)

## Studium zatížení segmentu těla při chůzi či sil ve svalech:

Základem řešení:

### 1. Newtonův pohybový zákon – zákon setrvačnosti

Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, dokud není přinuceno silovým působením jiných těles tento stav změnit.

### 2. Newtonův pohybový zákon - zákon síly

Velikost zrychlení hmotného bodu je přímo úměrná velikosti výslednice sil působících na hmotný bod a nepřímo úměrná hmotnosti tělesa  $F=m \cdot a$

### 3. Newtonův pohybový zákon - zákon akce a reakce

Každá dvě tělesa na sebe vzájemně působí stejně velkými silami (akce a reakce) opačného směru. Akce a reakce současně vznikají a současně zanikají,  $F_a = -F_r$

## Přímá (Forward ) úloha:

Způsoby měření sil pro výpočet:

- Tenzometry
- Silové desky
- Tlakové převodníky
- Dynamometry
  - Izokinetické dynamometry
  - Izometrický dynamometry
  - Dynamické dynamometry

## Inverzní úloha dynamiky (od polohy/pohybu → silám)

Z naměřených charakteristik pohybu segmentů (pomocí kamerových, elektromagnetických, ultrazvukových, ... , systémů) a odhadnutých hmotností a momentů setrvačnosti (antropometrie), můžeme zjistit síly a momenty, které vytváří pohyb

Možnost definovat na základě kinematických a následně určených dynamických veličinách vhodné, tj. očekávané, síly ve svalech či síly v motorech řízených protetických náhrad

# 6. Zatížení a deformace

## Mechanické zatížení částí těla

Kosterní systém je zatížen mnoha různými silami tak, že kost je zatížena v různých směrech. Tato zatížení pochází od tíhové síly, nesené hmotnosti, svalů a dalších vnějších sil.

*Charakteristiky profilu jsme zjišťovali, neboť se mechanika zabývá otázkou „jak je působením sil přenášených prostřednictvím vazeb namáhán materiál objektu?“*

→ Různé typy zatížení způsobující poškození kosterního systému



Tlak = zatížení na plochu průřezu.  
Výsledná síla je distribuována v  
průřezu

Napětí = deformace s respektováním  
změny původní délku/úhlu

---

Prodloužení = změna délky

Zkos = změna úhlu

studium vlivu namáhání  
na materiál v  
biomechanice – měření  
materiálových vlastností

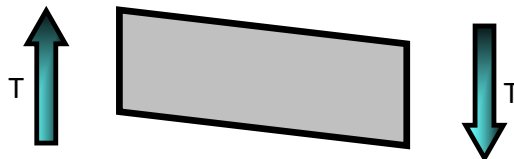


Materiál je namáhán třemi druhy namáhání v případě 2-D úlohy, tzv. vnitřními statickými účinky (někdy se též používá pojem vnitřní síly).

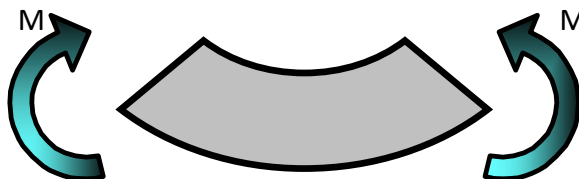
Normálová síla  $N$  - složka do směru normály, působí kolmo na průřez (ve směru jeho podélné osy) a namáhá element nosníku na tah nebo tlak. Působením normálové síly se kost prodlouží (nebo zkrátí).



Posouvající síla  $T$  - složka do směru tečny působí v rovině průřezu (kolmo k podélné ose), způsobuje posunutí průřezu v jeho rovině a namáhá kost smykem. Deformaci lze označit za zkosení. Posouvající síla způsobuje také namáhání krutem prostřednictvím kroutícího momentu a ohybem prostřednictvím ohybového momentu.



Ohybový moment  $M_O$  - namáhá element nosníku ohybem a způsobuje jeho prohnutí



Tyto tři vnitřní statické účinky již přímo určují (jednoduchými vzorci) napětí v materiálu. V případě 3-D úlohy existuje až šest vnitřních statických účinků.

## Normálová napětí.....

## Tahové namáhání

*Základní mechanické vlastnosti pevných materiálů*

*vyjadřují jejich schopnost odolávat mechanickému zatížení.*

*informaci nám poskytne zkouška v tahu. Získáme hodnotu meze pevnosti v tahu (zkráceně pevnost), která je jedním z nejdůležitějších údajů. Zkouškou dále získáme mez pružnosti v tahu. tj. namáhání, při kterém, kdyby se zkouška přerušila, by se objekt zase vrátila do své délky = není namáháním trvale porušen. Je to maximální praktické namáhání, které u daného materiálu.*

*Aby výsledky tahové zkoušky, prováděné na různých vzorcích, byly navzájem srovnatelné, provádějí se dva přepočty :*

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

*S - příčná průřezová plocha vzorku  
[m<sup>2</sup>, mm<sup>2</sup>],*

*σ - tahové napětí [Pa, MPa] - tato  
veličina již bezprostředně vypovídá o  
namáhání materiálu,*

*l<sub>0</sub> - původní délka vzorku [m, mm],*

*ε - poměrné prodloužení [-].*

Na průběhu závislosti  $\sigma$ - $\varepsilon$  pozorujeme dva odlišné úseky. V prvním úseku je závislost prakticky lineární, ve druhém úseku výrazně nelineární. Na křivce jsou dva důležité body:

1)

$R_e$  - mez kluzu - hranice lineárního průběhu [Pa, MPa],

$\varepsilon_e$  - poměrná deformace na mezi kluzu [-],

2)

$R_m$  - mez pevnosti - maximální možné namáhání materiálu [Pa, MPa],

$\varepsilon_m$  - poměrná deformace na mezi pevnosti [-].

### Hookův zákon:

Lineární průběh je

vyjádřen rovnicí přímky :  $\sigma = E \cdot \varepsilon$

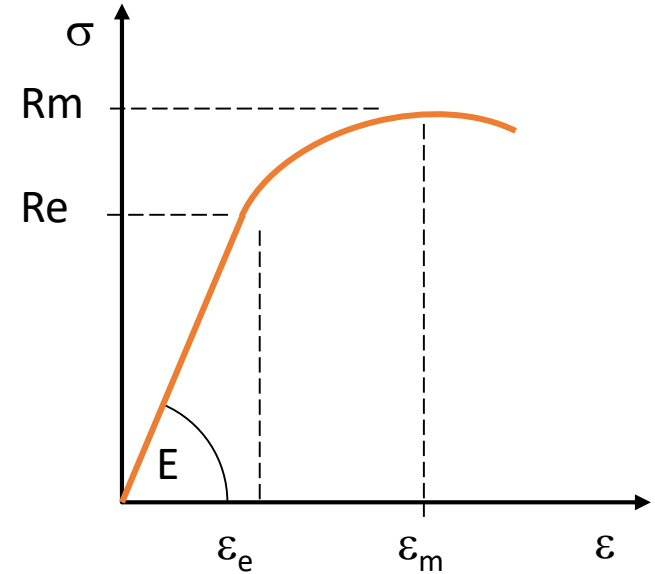
kde :

$E$  - modul pružnosti v tahu [Pa, MPa]

je směrnici přímky

v lineární části průběhu.

Lze jej též vyjádřit jako :  $E = \frac{R_e}{\varepsilon_e}$



*Z uvedených vztahů je patrné, že prodloužení tělesa, které má charakter tyče, prutu nebo drátu, od tahového nebo tlakového zatížení je :*

$$\Delta l = l_0 \cdot \varepsilon = l_0 \cdot \frac{\sigma}{E} = l_0 \cdot \frac{l}{E} \cdot \frac{F}{S} = \frac{l_0}{E \cdot S} \cdot F$$

*Někdy je účelné vyjádřit tzv.  
„tahovou tuhost“:*

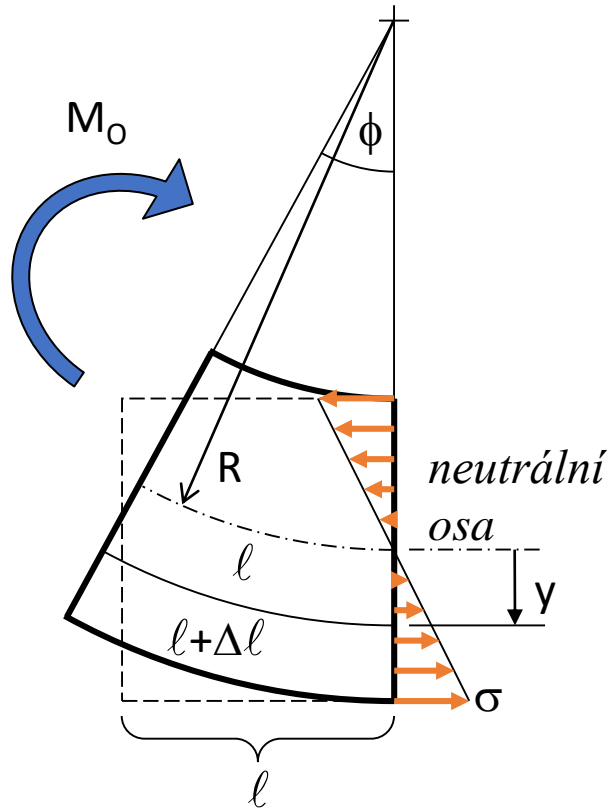
$$k = \frac{E \cdot S}{l_0} \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}}, \frac{\text{N}}{\text{mm}}, \frac{\text{kN}}{\text{m}}, \frac{\text{kN}}{\text{mm}} \right]$$

*Pak platí :*

$$F = k \cdot \Delta l \quad \rightarrow \quad \Delta l = \frac{F}{k}$$

*Poznámka : Tyto vztahy platí samozřejmě pouze pro namáhání v lineární části tahové křivky.*

## Namáhání v ohybu



Shrneme odvozené závěry :

1) Definujeme neutrální osu jako osu, procházející těžištěm průřezové plochy.

Napětí v neutrální ose je nulové.

2) Mimo neutrální osu se napětí šíří lineárně, směrnice je rovna poměru ohybového momentu  $M_0$  a momentu setrvačnosti průřezu  $J$ .

$$\sigma = \frac{M_0}{J} \cdot y$$

Z praktických důvodů nás obvykle zajímá maximální napětí :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_0}{J} \cdot y_{\max}$$

Za účelem provádění praktických výpočtů pak byl definován tzv. ohybový modul  $W_0$  :

$$W_0 = \frac{J}{y_{\max}}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_0}{W_0}$$

Maximální ohybové napětí pak je :

# Tangenciální napětí

## Namáhání smykem

$$\tau = \frac{T}{A}$$

## Smykové napětí od ohybu

$$\tau = \frac{T \cdot M_{S(y)}}{J \cdot b_{(y)}}$$

## Namáhání kroucením

Při tomto způsobu zatěžování vznikají v tělese smyková napětí ve dvou na sebe kolmých rovinách – v rovině paralelní s osou a v rovině kolmé na osu krouceného tělesa

Napětí

$$\tau_{x\alpha} = \frac{T}{I_p} \rho = \frac{T}{W_K}$$

Extrémní napětí je na obvodu

$$extr.\tau_{x\alpha} = \frac{T}{I_p} r$$

pro kruh:

$$extr.\tau_{x\alpha} = \frac{2T}{\pi.r^3}$$

pro mezikruží:

$$extr.\tau = \frac{2Tr_1}{\pi(r_1^4 - r_2^4)} \approx \frac{T}{2\pi.r^2t}$$

*T je ve vztahu kroucí moment*



## Shrnutí informací o výpočtu namáhání průřezu

1) Namáhání tahem/tlakem\_  $\sigma = \frac{N}{S}$

2) Namáhání smykem  $\tau = \frac{T}{A}$

3) Namáhání ohybem\_  $\sigma = \frac{M_o}{J} \cdot y$

4) Namáhání smykem od ohybu  $\tau = \tau_{zx} = \frac{T \cdot M_s}{J \cdot b}$

5) Namáhání krutem\_  $\tau = \frac{M_k}{I_p} \rho$

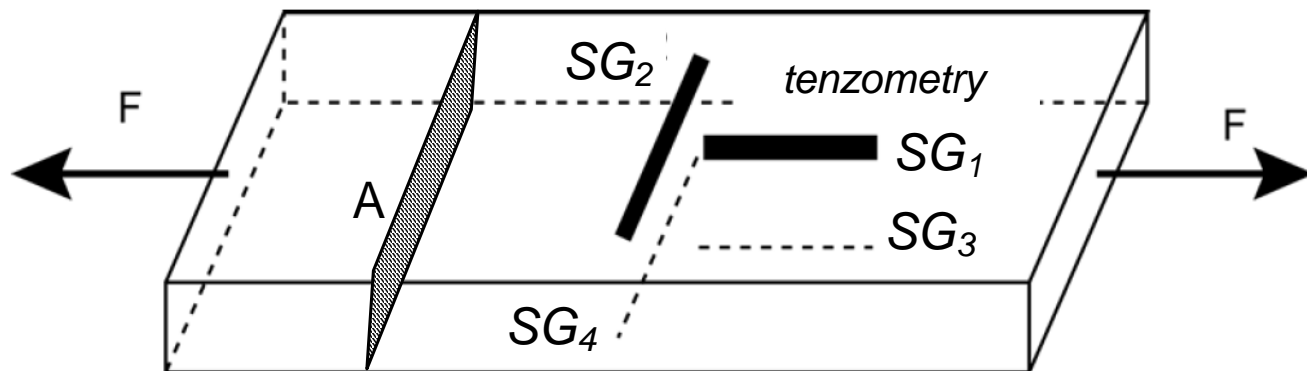
# Kombinované namáhání

Určování deformace/zatížení např. protetických náhrad při návrhu

Tažený/tlačený prut

$$\sigma_n = \varepsilon_n \cdot E$$

$$\sigma_n = \frac{F}{A}$$

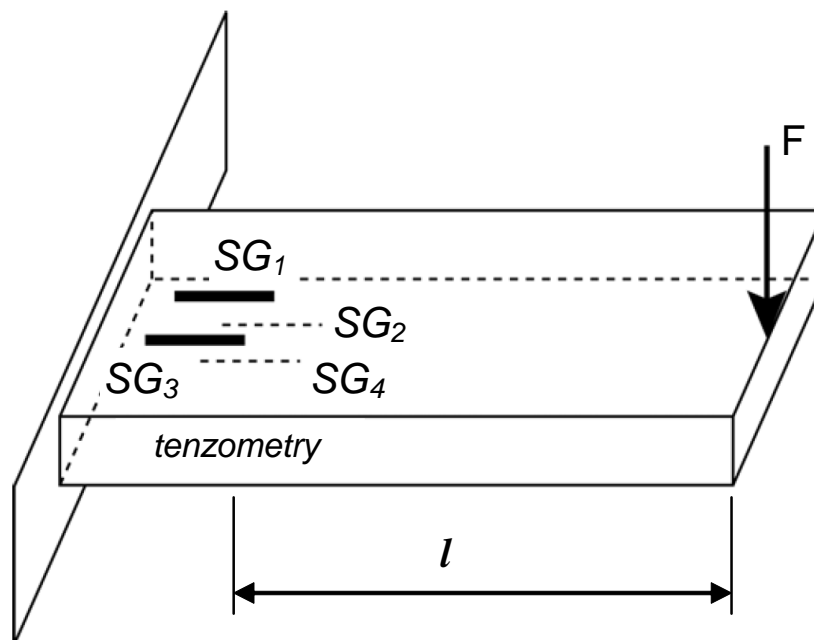


$$\sigma_n = \varepsilon_V \cdot E$$

Ohýbaný prut

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = \frac{F \cdot l}{W_o}$$

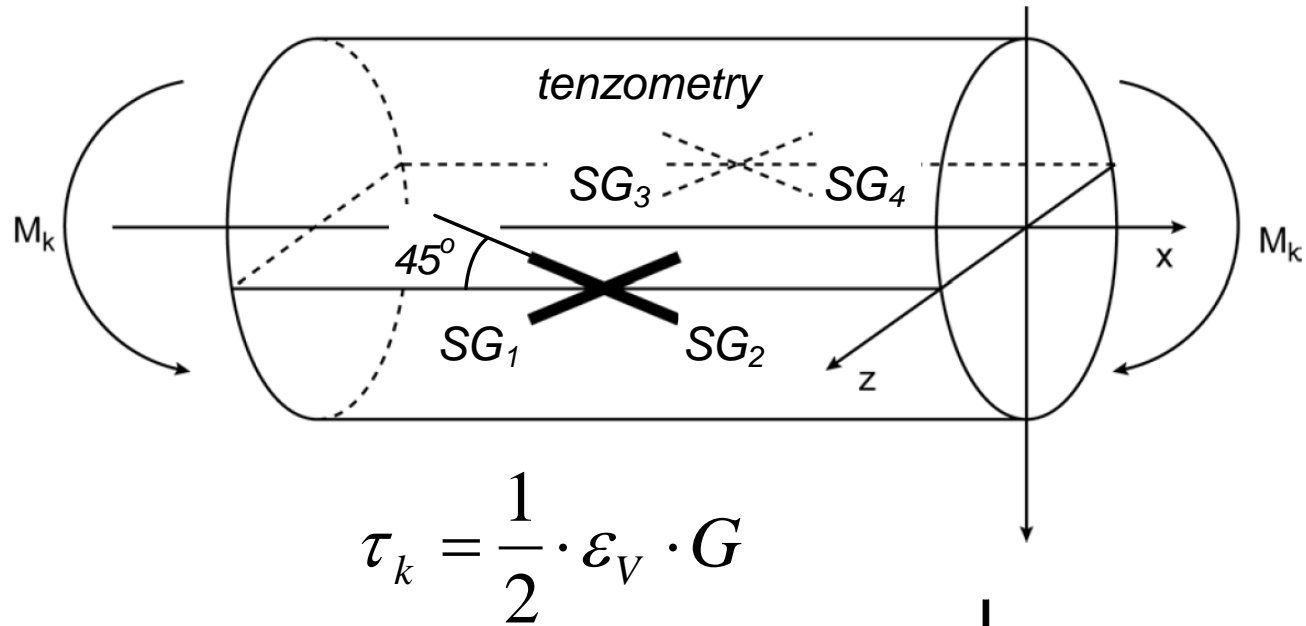
$$\sigma_o = \varepsilon_V \cdot E$$



Kroucený prut

$$\tau_k = G \cdot \gamma$$

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k}$$



Smykem namáhaný prut

$$\tau_s = G \cdot \gamma$$

$$\tau_s = \frac{F}{A} \cdot c_A$$

$$\tau_s = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_V \cdot G$$

