



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

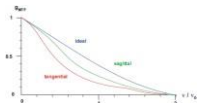
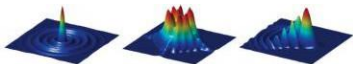
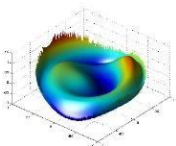


Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

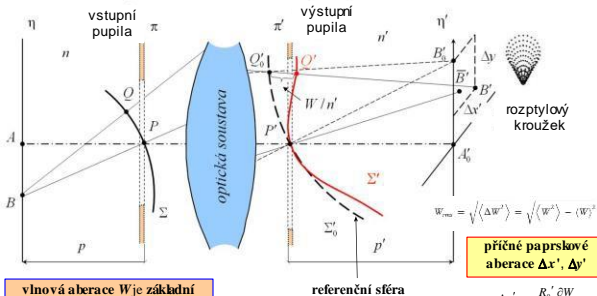
Kvalita zobrazení optické soustavy

- ✦ kvalita zobrazení může být charakterizována především na základě následujících charakteristik:
 - ✦ Vlnové aberace optické soustavy W
 - ✦ Rozptylové funkce bodu (PSF)
 - ✦ Optické funkce přenosu (OTF) resp. funkce přenosu kontrastu (MTF)
 - ✦ Zkreslení obrazu
 - ✦ Chromatické aberace



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Aberace optické soustavy



vlnová aberace W je základní charakteristikou optické soustavy

$$W = [Q_0'Q'] = n' \cdot \overline{Q_0'Q'}$$

vlnová aberace W

- optický dráhový rozdíl

příčné paprskové aberace $\Delta x'$, $\Delta y'$

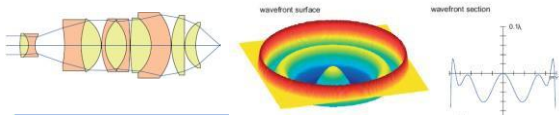
$$\Delta x' = -\frac{R_0'}{n'} \frac{\partial W}{\partial x}$$

$$\Delta y' = -\frac{R_0'}{n'} \frac{\partial W}{\partial y}$$

$$W_{\text{rms}} = \sqrt{\langle \Delta W^2 \rangle} = \sqrt{\langle W'^2 \rangle - \langle W \rangle^2}$$

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Vlnová aberace W = „otisk“ zobrazovacích vlastností optické soustavy

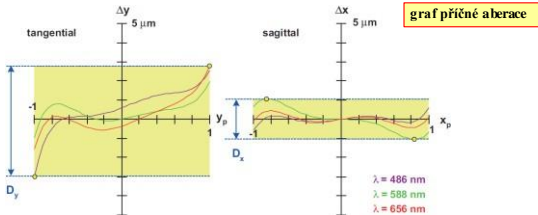


vlnová aberace W **jednoznačně**, **objektivně** a **kvantitativně** charakterizuje kvalitu zobrazení dané optické soustavy **v daném časovém okamžiku** a **pro danou vlnovou délku světla**

potlačení (korekce) aberací = lepší kvalita zobrazení

- ⊕ **optická soustava bez aberací ($W = 0$)** je fyzikálně dokonalá, omezena pouze difrakcí světla (**diffraction limited**)
- ⊕ vlnová aberace W se obvykle vyjadřuje v násobcích vlnové délky λ (popř. v μm)

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

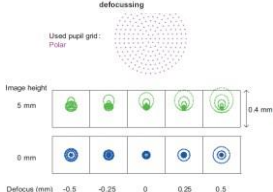
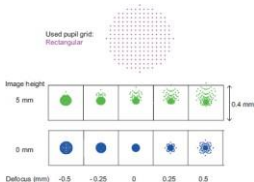
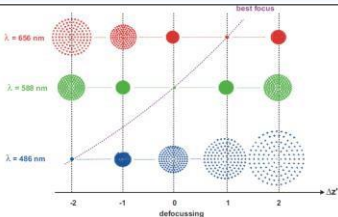


- ⊕ Příčné popř. podélné paprskové aberace se obvykle znázorňují v grafech (pro zvolenou vlnovou délku) v závislosti na pozici v pupile

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

spot diagramy

- ⊕ Tzv. spot diagramy umožňují charakterizovat velikost aberací a jejich vliv na průměr rozptylového kroužku v obrazové rovině (pro zvolenou vlnovou délku) v závislosti na pozici v poli



Aberace optických soustav

Matematický popis aberací optických soustav

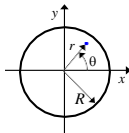
- ⊕ vlnová aberace W se dá matematicky vyjádřit (rozvinout v řadu) pomocí vhodných funkcí (obvykle polynomů v kartézských nebo polárních souřadnicích), např.

$$W(r, \varphi) = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^M W_{ik} R_i(\rho) U_k(\theta)$$

resp.

$$W(x, y) = \sum_{i=0}^K W_i P_i(x, y)$$

- ⊕ W_{ik} jsou aberační koeficienty, $R_i(r)$ a $U_k(\theta)$ jsou vhodně zvolené funkce, $\rho \in (0, 1)$ a $\theta \in (0, 2\pi)$ jsou normované *polární souřadnice* v rovině pupily (vstupní nebo výstupní) optické soustavy
- ⊕ často se volí např. $R_i(\rho) = \rho^i$ a $U_k(\theta) = \cos(k\theta)$ (*Seidelovy polynomy*). Tato volba dává aberačním koeficientům W_{ik} jasnou fyzikální interpretaci v rámci klasických aberací, např.



$$\rho = r / R$$

$$W(\rho, \theta) = W_{20} \rho^2 + W_{11} \rho \cos \theta + W_{40} \rho^4 + W_{31} \rho^3 \cos \theta + W_{22} \rho^2 \cos 2\theta + \dots$$

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Zernikeovy polynomy

- ⊕ vlnová aberace se v oblasti optiky často vyjadřuje také pomocí tzv. pomocí **Zernikeových polynomů**
- ⊕ tyto polynomy jsou tzv. ortonormální na oblasti jednotkového kruhu

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n c_n^m Z_n^m(\rho, \theta)$$

$$Z_n^m(\rho, \theta) = \begin{cases} N_n^m R_n^m(\rho) \cos m\theta & ; \text{for } m \geq 0 \\ -N_n^m R_n^m(\rho) \sin m\theta & ; \text{for } m < 0 \end{cases}$$

$$R_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [0.5(n+|m|-s)]! [0.5(n-|m|-s)]!} \rho^{n-2s}$$

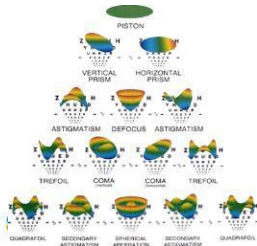
$$N_n^m = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1+\delta_{m0}}} \quad \begin{matrix} m=0 & \Rightarrow & \delta_{m0} = 1 \\ m \neq 0 & \Rightarrow & \delta_{m0} = 0 \end{matrix}$$

Střední kvadratická odchylka (RMS)

- ⊕ charakterizuje velikost aberací

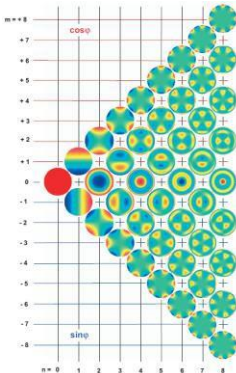
$$RMS = \sqrt{\int_S (W(x, y) - \overline{W(x, y)})^2 dx dy}$$

$$RMS = \sqrt{\sum_{n>1, m} \left(\frac{c_n^m}{c}\right)^2}$$



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

| Nr | n | m | Cartesian coordinates | Polar coordinates |
|----|----|----|--|--|
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | -1 | y | r cos φ |
| 3 | 1 | 1 | x | r sin φ |
| 4 | 2 | 0 | 2x ² + 2y ² - 1 | 2r ² - 1 |
| 5 | 2 | -2 | y ² - x ² | r ² cos 2φ |
| 6 | 2 | 2 | 2xy | r ² sin 2φ |
| 7 | 3 | -1 | (3x ² + 3y ² - 2)y | (3r ² - 2r) cos φ |
| 8 | 3 | 1 | (3x ² + 3y ² - 2)x | (3r ² - 2r) sin φ |
| 9 | 4 | 0 | 6(x ² + y ²) ² - 6(x ⁴ + y ⁴) + 1 | 6r ⁴ - 6r ² + 1 |
| 10 | 3 | -3 | (y ² - 3x ²)y | r ³ cos 3φ |
| 11 | 3 | 3 | (3y ² - x ²)x | r ³ sin 3φ |
| 12 | 4 | -2 | (4x ² + 4y ² - 3)(y ² - x ²) | (4r ² - 3r ²) cos 2φ |
| 13 | 4 | 2 | (4x ² + 4y ² - 3)2xy | (4r ² - 3r ²) sin 2φ |
| 14 | 5 | -1 | (10x ² + y ²) ² - 12(x ² + y ²) + 3)y | (10r ⁴ - 12r ² - 3r) cos φ |
| 15 | 5 | 1 | (10x ² + y ²) ² - 12(x ² + y ²) + 3)x | (10r ⁴ - 12r ² - 3r) sin φ |
| 16 | 6 | 0 | 20(x ² + y ²) ³ - 30(x ² + y ²) ² + 12(x ⁴ + y ⁴) - 1 | 20r ⁶ - 30r ⁴ + 12r ² - 1 |
| 17 | 4 | -4 | y ⁴ + x ⁴ - 6x ² y ² | r ⁴ cos 4φ |
| 18 | 4 | 4 | (y ² - x ²)4xy | r ⁴ sin 4φ |
| 19 | 5 | -5 | (5x ² + 5y ² - 4)(y ³ - 3x ²)y | (5r ² - 4r ²) cos 3φ |
| 20 | 5 | 5 | (5x ² + 5y ² - 4)(3y ² - x ²)x | (5r ² - 4r ²) sin 3φ |
| 21 | 6 | -2 | (15x ² + y ²) ² - 20(x ² + y ²) + 6)(y ³ - x ²) | (15r ⁴ - 20r ² + 6r ²) cos 2φ |
| 22 | 6 | 2 | (15x ² + y ²) ² - 20(x ² + y ²) + 6)2xy | (15r ⁴ - 20r ² + 6r ²) sin 2φ |
| 23 | 7 | -1 | (35x ² + y ²) ² - 60(x ² + y ²) ² + 30(x ² + y ²) - 4)y | (35r ⁴ - 60r ² + 30r ² - 4r) cos φ |
| 24 | 7 | 1 | (35x ² + y ²) ² - 60(x ² + y ²) ² + 30(x ² + y ²) - 4)x | (35r ⁴ - 60r ² + 30r ² - 4r) sin φ |
| 25 | 8 | 0 | 70(x ² + y ²) ³ - 140(x ² + y ²) ² + 90(x ² + y ²) ² - 20(x ² + y ²) + 1 | 70r ⁶ - 140r ⁴ + 90r ² - 20r ² + 1 |
| 26 | 3 | -5 | (y ² - 10x ² y ² + 5x ⁴)y | r ³ cos 5φ |
| 27 | 5 | 5 | (5y ² - 10x ² y ² + x ⁴)x | r ³ sin 5φ |
| 28 | 6 | -4 | (6x ² + 6y ² - 5)(y ³ - 6x ² y ² + x ⁴) | (6r ² - 5r ²) cos 4φ |
| 29 | 6 | 4 | (6x ² + 6y ² - 5)(y ² - x ²)4xy | (6r ² - 5r ²) sin 4φ |
| 30 | 7 | -3 | (23x ² + y ²) ² - 30(x ² + y ²) + 10)(y ² - 3x ²)y | (23r ⁴ - 30r ² - 10r ²) cos 3φ |
| 31 | 7 | 3 | (23x ² + y ²) ² - 30(x ² + y ²) + 10)(3y ² - x ²)x | (23r ⁴ - 30r ² - 10r ²) sin 3φ |
| 32 | 8 | -2 | (56x ² + y ²) ² - 105(x ² + y ²) ² + 60(x ² + y ²) - 10)(y ² - x ²) | (56r ⁴ - 105r ² + 60r ² - 10r ²) cos 2φ |
| 33 | 8 | 2 | (56x ² + y ²) ² - 105(x ² + y ²) ² + 60(x ² + y ²) - 10)2xy | (56r ⁴ - 105r ² + 60r ² - 10r ²) sin 2φ |
| 34 | 9 | -1 | (126(x ² + y ²) ² - 280(x ² + y ²) ² + 210(x ² + y ²) ² - 60(x ² + y ²) + 5)y | (126r ⁴ - 280r ² + 210r ² - 60r ² + 5r) cos φ |
| 35 | 9 | 1 | (126(x ² + y ²) ² - 280(x ² + y ²) ² + 210(x ² + y ²) ² - 60(x ² + y ²) + 5)x | (126r ⁴ - 280r ² + 210r ² - 60r ² + 5r) sin φ |
| 36 | 10 | 0 | 252(x ² + y ²) ³ - 630(x ² + y ²) ² + 360(x ² + y ²) ² - 230(x ² + y ²) ² + 30(x ² + y ²) - 1 | (252r ⁶ - 630r ⁴ + 360r ² - 230r ² + 30r ² - 1) |

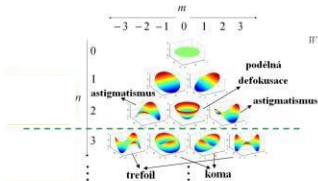


Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Charakterizace vlnové aberace

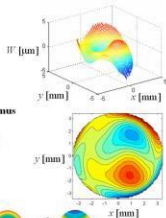
ANSI Z8028
ISO 24157:2008

vlnová aberace
 $W(x,y)$ v pupile
v jádřená pomocí
Zernikeových
polynomů



$$\begin{aligned}
 & c_0^0 \cdot Z_0^0(x,y) + c_1^{-1} \cdot Z_1^{-1}(x,y) + c_1^1 \cdot Z_1^1(x,y) + c_2^{-2} \cdot Z_2^{-2}(x,y) + c_2^0 \cdot Z_2^0(x,y) + c_2^2 \cdot Z_2^2(x,y) + \\
 & + c_3^{-3} \cdot Z_3^{-3}(x,y) + c_3^{-1} \cdot Z_3^{-1}(x,y) + c_3^1 \cdot Z_3^1(x,y) + c_3^3 \cdot Z_3^3(x,y) + \dots = W(x,y)
 \end{aligned}$$

vlnová aberace



vlnová aberace
 $W(x,y)$

$$W_{\text{rms}} = \sqrt{\langle \Delta W^2 \rangle} = \sqrt{\langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2}$$

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Zernikeovy polynomy

| $j =$ index | $n =$ order | $m =$ frequency | $Z_n^m(\rho, \theta)$ |
|----------------|----------------|--------------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | -1 | $2\rho \sin \theta$ |
| 2 | 1 | 1 | $2\rho \cos \theta$ |
| 3 | 2 | -2 | $\sqrt{8}\rho^2 \sin 2\theta$ |
| 4 | 2 | 0 | $\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$ |
| 5 | 2 | 2 | $\sqrt{8}\rho^2 \cos 2\theta$ |
| 6 | 3 | -3 | $\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\theta$ |
| 7 | 3 | -1 | $\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \sin \theta$ |
| 8 | 3 | 1 | $\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \cos \theta$ |
| 9 | 3 | 3 | $\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$ |
| 10 | 4 | -4 | $\sqrt{16}\rho^4 \sin 4\theta$ |
| 11 | 4 | -2 | $\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2) \sin 2\theta$ |
| 12 | 4 | 0 | $\sqrt{3}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$ |
| 13 | 4 | 2 | $\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2) \cos 2\theta$ |
| 14 | 4 | 4 | $\sqrt{16}\rho^4 \cos 4\theta$ |
| 15 | 5 | -5 | $\sqrt{12}\rho^5 \sin 5\theta$ |
| 16 | 5 | -3 | $\sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3) \sin 3\theta$ |
| 17 | 5 | -1 | $\sqrt{12}(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho) \sin \theta$ |
| 18 | 5 | 1 | $\sqrt{12}(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho) \cos \theta$ |
| 19 | 5 | 3 | $\sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3) \cos 3\theta$ |
| 20 | 5 | 5 | $\sqrt{12}\rho^5 \cos 5\theta$ |
| 21 | 6 | -6 | $\sqrt{14}\rho^6 \sin 6\theta$ |
| 22 | 6 | -4 | $\sqrt{14}(6\rho^6 - 5\rho^4) \sin 4\theta$ |
| 23 | 6 | -2 | $\sqrt{14}(15\rho^6 - 20\rho^4 + 6\rho^2) \sin 2\theta$ |
| 24 | 6 | 0 | $\sqrt{7}(20\rho^6 - 30\rho^4 + 12\rho^2 - 1)$ |
| 25 | 6 | 2 | $\sqrt{14}(15\rho^6 - 20\rho^4 + 6\rho^2) \cos 2\theta$ |
| 26 | 6 | 4 | $\sqrt{14}(6\rho^6 - 5\rho^4) \cos 4\theta$ |
| 27 | 6 | 6 | $\sqrt{14}\rho^6 \cos 6\theta$ |
| 28 | 7 | -7 | $4\rho^7 \sin 7\theta$ |
| 29 | 7 | -5 | $4(7\rho^7 - 6\rho^5) \sin 5\theta$ |
| 30 | 7 | -3 | $4(21\rho^7 - 30\rho^5 + 10\rho^3) \sin 3\theta$ |
| 31 | 7 | -1 | $4(35\rho^7 - 60\rho^5 + 30\rho^3 - 4\rho) \sin \theta$ |

♦ Zernikeovy polynomy mohou být přepsány pomocí jednoho indexu j následovně:

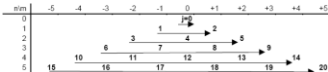
$$j = \frac{n(n+2) + m}{2}$$

$$n = \text{roundup} \left[\frac{-3 + \sqrt{9 + 8j}}{2} \right]$$

$$m = 2j - n(n+2)$$



$$W(\rho, \theta) = \sum_{j=0}^K W_j Z_j(\rho, \theta)$$



Aberace optických soustav

Vyjádření vlnové aberace optické soustavy – primární aberace

$$W = W_{11} r \cos \varphi + W_{20} r^2 + W_{40} r^4 + W_{31} r^3 \cos \varphi + W_{22} r^2 \cos 2\varphi + \dots$$

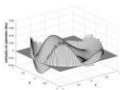
(r, φ) - normované polární souřadnice v rovině výstupní pupily

**příčná defokusace
a zkreslení**

$$W_{11} = \frac{\delta y'_z - \delta y'_a}{2c}$$

**podélná defokusace
a zklenutí**

$$W_{20} = \frac{\delta s'_m + \delta s'_s}{16n'c^2} - \frac{\delta s'_0}{8n'c^2}$$



otvorová vada

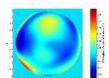
$$W_{40} = \frac{\delta s'}{16n'c^2}$$

koma

$$W_{31} = \frac{\delta y_m}{6c}$$

astigmatismus

$$W_{22} = \frac{\delta s'_m - \delta s'_s}{16n'c^2}$$



$\delta y_0'$ - příčná defokusace

$\delta s_0'$ - podélná defokusace

$\delta s'$ - otvorová vada

$\delta y_m'$ - meridionální koma

$\delta s_m'$ - meridionální zklenutí

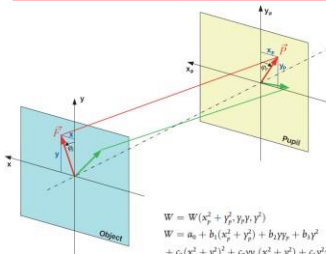
$\delta s_s'$ - sagitální zklenutí

c - clonové číslo optické soustavy

n' - index lomu obrazového prostředí

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Vyjádření vlnové aberace optické soustavy – Seidelovy aberace



$$\begin{aligned}
 W = & b_1 r^2 + b_2 r \cos \varphi \\
 & + c_1 r^4 + c_2 r^3 \cos \varphi + c_3 r^2 \cos^2 \varphi + c_4 r^2 r^2 + c_5 r^3 r \cos \varphi \\
 & + d_1 r^6 + d_2 r^5 \cos \varphi + d_3 r^4 r^2 \cos^2 \varphi + d_4 r^2 r^4 + d_5 r^3 r^3 \cos \varphi \\
 & + d_6 r^3 r^3 \cos^3 \varphi + d_7 r^4 r^2 \cos^2 \varphi + d_8 r^4 r^2 + d_9 r^3 r \cos \varphi \\
 & + \text{terms with higher order.}
 \end{aligned}$$

$$x_p = r \cdot \sin \varphi$$

$$y_p = r \cdot \cos \varphi$$

$$W = W(x_p^2 + y_p^2, y_p, Y_p, Y^2)$$

$$W = a_0 + b_1(x_p^2 + y_p^2) + b_2 y_p + b_3 Y^2$$

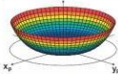
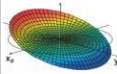
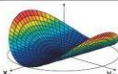
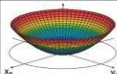
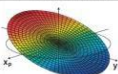
$$+ c_1(x_p^2 + y_p^2)^2 + c_2 y_p(x_p^2 + y_p^2) + c_3 y_p^2 y_p + c_4 Y^2(x_p^2 + y_p^2) + c_5 y_p Y_p + c_6 Y^4$$

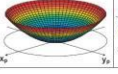
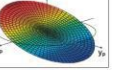
$$+ d_1(x_p^2 + y_p^2)^3 + d_2 y_p(x_p^2 + y_p^2)^2 + d_3 y_p^2 y_p^2(x_p^2 + y_p^2) + d_4 Y^2(x_p^2 + y_p^2)^2 + d_5 y_p Y_p(x_p^2 + y_p^2)$$

$$+ d_6 y_p^3 y_p^3 + d_7 y_p^4 y_p^2 + d_8 Y^4(x_p^2 + y_p^2) + d_9 y_p^3 Y_p + d_{10} Y^6$$

$$+ \text{terms with higher order.}$$

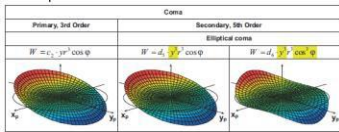
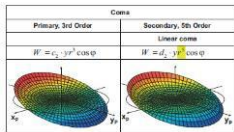
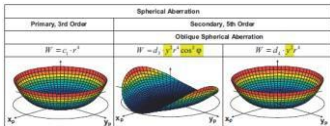
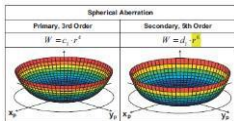
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

| Primary monochromatic wave aberrations | |
|--|--|
| Spherical aberration $W = c_1 \cdot (x_p^2 + y_p^2) = c_1 \cdot r^2$ | Coma $W = c_2 \cdot y_p \cdot (x_p^2 + y_p^2) = c_2 \cdot y_p^3 \cos \varphi$ |
|  |  |
| Astigmatism $W = c_3 \cdot y_p^2 \cdot y_p^2 = c_3 \cdot y_p^2 \cdot r^2 \cos^2 \varphi$ | Field curvature (sagittal) $W = c_4 \cdot y_p^2 \cdot (x_p^2 + y_p^2) = c_4 \cdot y_p^2 \cdot r^2$ |
|  |  |
| Distortion $W = c_5 \cdot y_p^3 \cdot y_p = c_5 \cdot y_p^4 \cos \varphi$ | |
|  | |

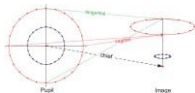
| Primary chromatic wave aberrations | |
|--|---|
| Axial color $\delta W = \bar{n}_1 \cdot (x_p^2 + y_p^2) = \bar{n}_1 \cdot r^2$ | Lateral color $\delta W = \bar{n}_1 \cdot y_p \cdot (x_p^2 + y_p^2) = \bar{n}_1 \cdot y_p \cdot r^2 \cos \varphi$ |
|  |  |

**Aberace třetího řádu (primární aberace)
optických soustav**

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

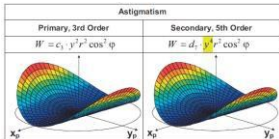


Aberace optických soustav 5. řádu

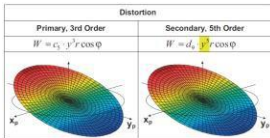


Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

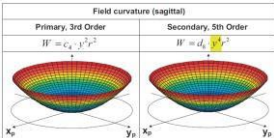
Astigmatism



Distortion



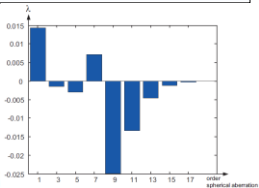
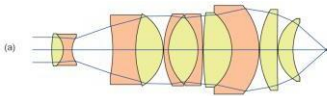
Field curvature (sagittal)



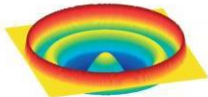
Aberace optických soustav 5. řádu

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

- ⊕ řád aberačních polynomů popisující vlnovou aberaci závisí na konkrétní křivce průběhu aberace a jejích oscilacích

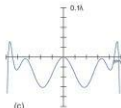


wavefront surface



(b)

wavefront section



(c)

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

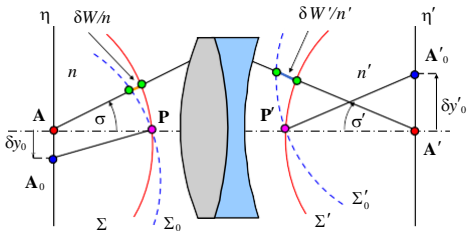
Abbeho sinová podmínka

- ⊕ podmínka, která musí být splněna, aby se dvojice blízkých bodů, ležících v rovině kolmé k optické ose systému, zobrazila ostře tj. bod jako bod

$$\delta W = \delta W' \quad \rightarrow$$

$$n \delta y_0 \sin \sigma = n' \delta y'_0 \sin \sigma' \quad \rightarrow$$

$$m = \frac{\delta y'_0}{\delta y_0} = \frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'}$$



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Herschelova podmínka

- ⊕ podmínka, která musí být splněna, aby se dvojice blízkých bodů, ležících na optické ose systému, zobrazila ostře tj. bod jako bod

$$\delta W = \delta W'$$

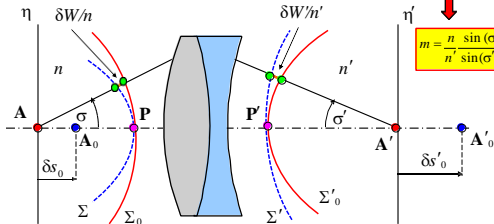
$$n \delta s_0 (1 - \cos \sigma) = n' \delta s'_0 (1 - \cos \sigma')$$



$$\alpha = \frac{\delta s'_0}{\delta s_0} = \frac{n'}{n} m^2 = \frac{n \sin^2(\sigma/2)}{n' \sin^2(\sigma'/2)}$$

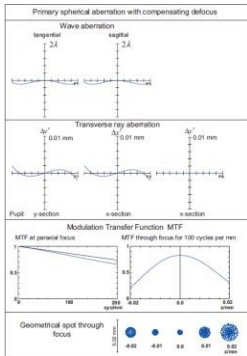
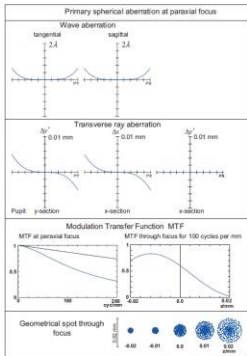


$$m = \frac{n \sin(\sigma/2)}{n' \sin(\sigma'/2)}$$



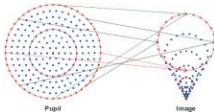
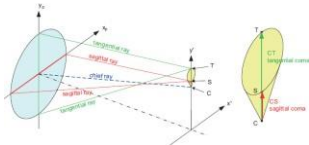
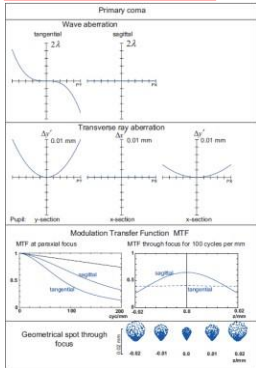
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Sférická aberace – vliv na kvalitu zobrazení



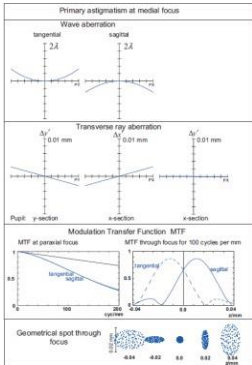
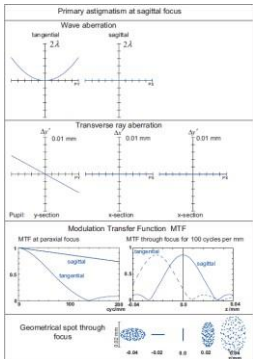
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Koma – vliv na kvalitu zobrazení



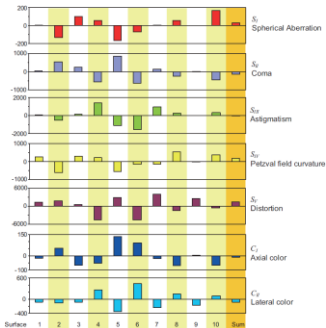
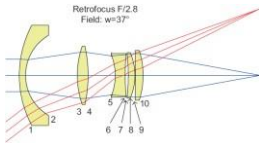
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Astigmatismus – vliv na kvalitu zobrazení



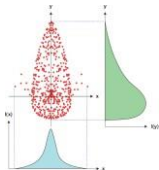
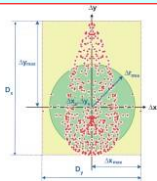
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Grafická prezentace příspěvků aberací jednotlivých optických ploch

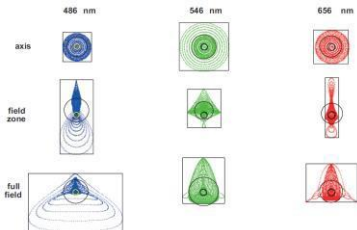


Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Kvalita zobrazení – spot diagramy



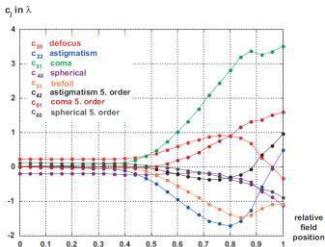
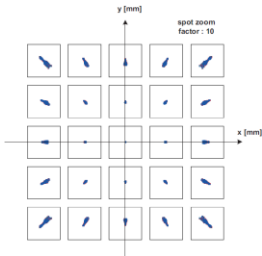
⊕ určení těžiště a gyračního poloměru rozptylového kroužku



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Závislost rozptylového kroužku na pozici v zorném poli

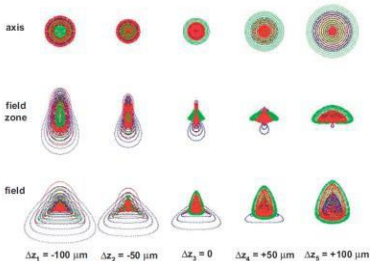
⊕ aberace a rozptylový kroužek se mění v závislosti na pozici v poli



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Závislost rozptylového kroužku na defokusaci

- ⊕ pro hodnocení kvality zobrazení a hloubky zobrazení, při níž je zachována požadovaná kvalita zobrazení (dána průměrem rozptyl.kroužku, rms vlnové aberace, hodnotou MTF, apod.) se stanovuje závislost obrazové charakteristiky na defokusaci (např. rozptylového kroužku – spot diagramu)

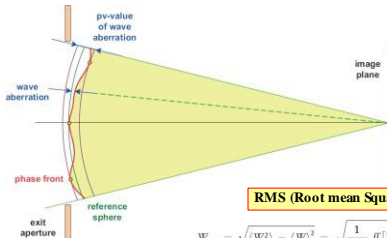


Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Kvalita zobrazení – vlnová aberace

P-V (Peak-to-Valley) hodnota vlnové aberace

$$W_{pv} = W_{\max}(x_p, y_p) - W_{\min}(x_p, y_p)$$



RMS (Root mean Square) hodnota vlnové aberace

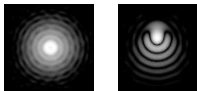
$$W_{\text{rms}} = \sqrt{\langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2} = \sqrt{\frac{1}{A_{\text{Exp}}} \iint [W(x_p, y_p) - W_{\text{mean}}(x_p, y_p)]^2 dx_p dy_p}$$

$$W_{\text{mean}}(x_p, y_p) = \frac{1}{A_{\text{Exp}}} \iint W(x_p, y_p) dx_p dy_p$$

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Kvalita zobrazení optické soustavy

- ⊕ v důsledku konečných rozměrů optických soustav a vlnové podstaty světla není obrazem svítícího bodu bod, ale jistá **difrakční ploška s určitým prostorovým rozdělením intenzity**



rozptylová funkce bodu (PSF)

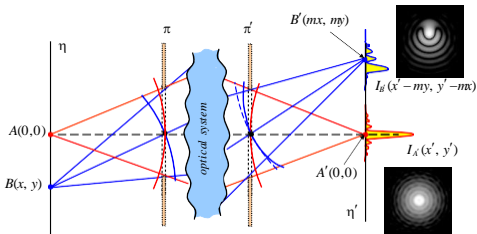
Rozdělení energie v difrakčním obrazi závisí na:

- ⊕ **aberacích optické soustavy**
 - ⊕ **vlnové délce světla**
 - ⊕ **tvaru pupily**
 - ⊕ **clonovém číslu**
 - ⊕ **propustnosti optické soustavy**
 - ⊕ **poloze předmětu**
 - ⊕ **typu záření**
- ⊕ **kvalita zobrazení** se nejčastěji kvantitativně posuzuje na základě charakteristik odvozených z rozdělení intenzity záření v obraze - tzv. **rozptylové funkce bodu a funkce přenosu kontrastu**
 - ⊕ **aberrace optické soustavy** ovlivňují rozptylovou funkci bodu (PSF), funkci přenosu kontrastu (MTF), hloubku ostrosti optické soustavy

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Rozptylová funkce bodu (PSF)

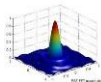
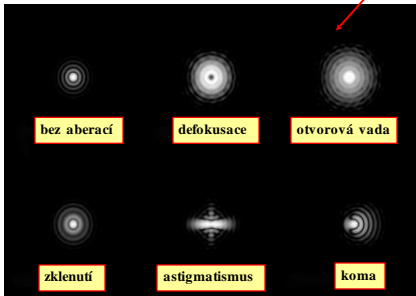
- ⊕ vzhledem k difrakci je obrazem bodu rozptylový kroužek s určitým prostorovým rozdělením energie
- ⊕ PSF je obraz bodového zdroje (odezva na bodový zdroj záření)
- ⊕ umožňuje charakterizovat kvalitu zobrazení a její odchylky od zobrazení fyzikálně dokonalé optické soustavy ($W = 0$)



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Základní aberace optických soustav

obraz bodu
(PSF)



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

PSF – fyzikálně dokonalá optická soustava

- ✦ fyzikálně dokonalá optická soustava
- ✦ rovnoměrně osvětlená a propustná kruhová pupila, nekoherentní záření
- ✦ rozdělení intenzity v příčném směru

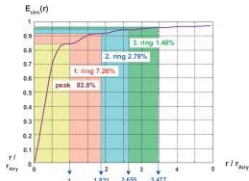
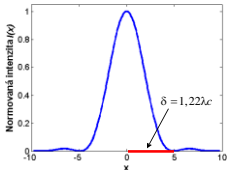
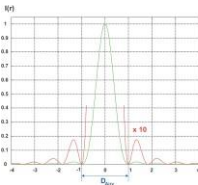
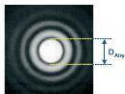
Airyho disk

$$D_{\text{Airy}} = 2,44\lambda c$$

- ✦ poloměr difrakčního obrazce

$$I(v) = \left[\frac{2J_1(v)}{v} \right]^2$$

$$v = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x' \cdot \sin U'$$



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

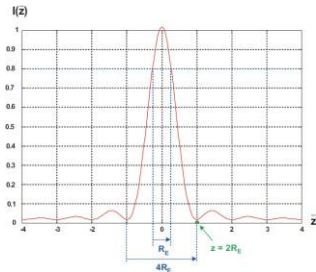
Rozdělení intenzity v podélném směru

- ✦ fyzikálně dokonalá optická soustava
- ✦ rovnoměrně osvětlená a propustná kruhová pupila, nekoherentní záření
- ✦ rozdělení intenzity ve směru optické osy

$$I(z) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin(\pi \cdot z)}{\pi \cdot z} \right)^2$$

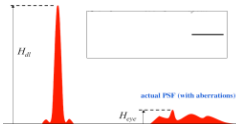
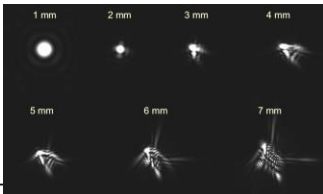
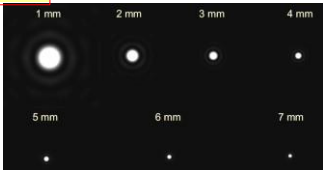
$$\bar{z} = \frac{n'^2 \cdot \sin^2 U'}{2 \cdot \lambda} \cdot z = \frac{z}{2R_F}$$

$$z_0 = \pm 2R_F = \pm \frac{2\lambda}{n'^2 \cdot \sin^2 U'}$$



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Závislost PSF na průměru pupily a aberacích



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Hodnocení kvality zobrazení – Strehlova definice

- ⊕ **charakteristika kvality zobrazení**, která je definována jako poměr maxima intenzity rozptylové funkce bodu (PSF) reálné optické soustavy a maxima intenzity rozptylové funkce bodu fyzikálně dokonalé soustavy bez aberací

$$S.D. = \frac{I_{\max}}{I_{0,\max}}$$

fyzikálně dokonalá PSF

$I_{0,\max}$

$S.D. > 0,8$



$RMS < \lambda / 14$

$PI^* < \lambda / 4$

reálná PSF

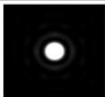
I_{\max}

pro malé aberace

$$S.D. \approx 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 rms^2$$

$$rms = \sqrt{\int_S (W(x, y) - \overline{W(x, y)})^2 dx dy} = \sqrt{\sum_j C_j^2}$$

$$W(x, y) = \sum_{j=0}^k C_j Z_j(x, y)$$



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Kvalita zobrazení

- ⊕ zbytková hodnota vlnové aberace musí být co nejmenší v co nejširší spektrální oblasti
- ⊕ je-li zbytková vlnová aberace W optické soustavy menší nežli $\frac{1}{4}$ vlnové délky (tj. $W < \lambda/4$ – P-V hodnota), potom se zobrazení prakticky neliší od zobrazení fyzikálně dokonalou optickou soustavou

Rayleighovo kritérium

Strehlovo kritérium

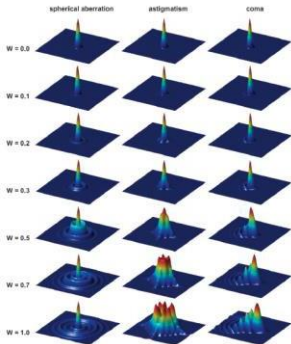
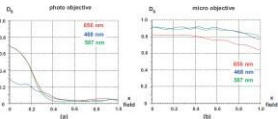
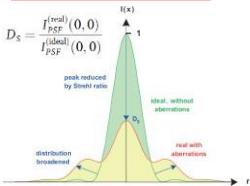
- ⊕ je-li poměr intenzity ve středu difrakčního obrazce optické soustavy zatížené aberacemi a fyzikálně dokonalé soustavy menší nežli 0,8, potom se zobrazení prakticky neliší od zobrazení fyzikálně dokonalou optickou soustavou

$$S.D. = \frac{I_{\max}}{I_{0,\max}} \approx 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (\overline{W^2} - \bar{W}^2)$$

$S.D. > 0,8$

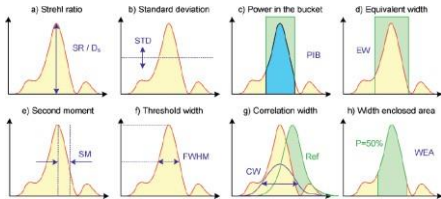
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Vliv primárních aberací na PSF



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Charakteristiky kvality zobrazení na základě PSF



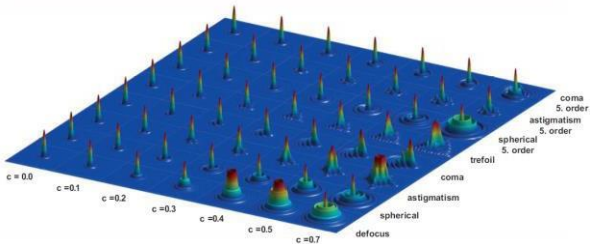
$$D_s = \frac{I_{PSF}^{(real)}(0,0)}{I_{PSF}^{(ideal)}(0,0)}$$

$$STD = \frac{\sqrt{\iint [I_{PSF}(x,y) - \overline{I_{PSF}}(x,y)]^2 dx dy}}{\sqrt{\iint [I_{PSF}^{(ideal)}(x,y) - \overline{I_{PSF}^{(ideal)}}(x,y)]^2 dx dy}}$$

$$D_s = \frac{|\iint A(x,y) e^{2\pi i \varphi(x,y)} dx dy|^2}{|\iint A(x,y) dx dy|^2}$$

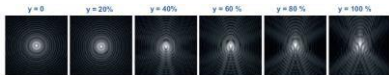
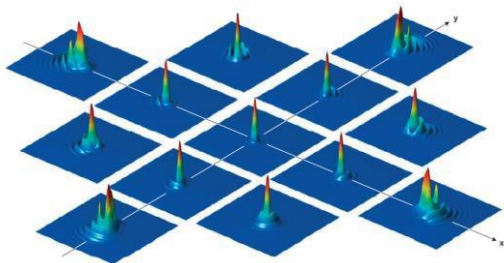
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Vliv aberací na PSF



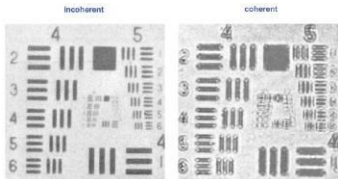
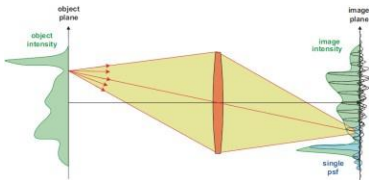
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Závislost PSF na pozici v zorném poli



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

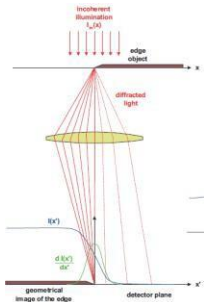
- ✦ vytváření obrazu předmětu s určitým rozdělením intenzity je možné popsat jako superpozici obrazů jednotlivých svítících bodů, ze kterých se předmět skládá
- ✦ PSF charakterizuje rozlišení optické soustavy (např. rozlišení dvou blízkých bodů předmětu)
- ✦ PSF je odlišná pro zobrazování nekoherentním a koherentním (např. lasery) zářením



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Edge Spread Function (ESF), Line Spread Function (LSF)

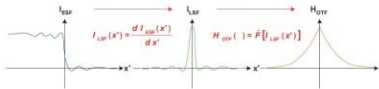
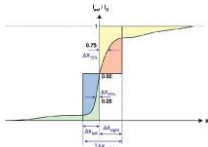
- ⊕ vzhledem k nízkým intenzitám světla v případě měření PSF (odezvy na bodový zdroj) se často určuje odezva optické soustavy při zobrazení hrany – tzv. ESF resp. při zobrazení čáry (LSF)



$$I_{LSF}(x') = \frac{dI_{ESF}(x')}{dx'}$$

$$I_{ESF}(x') = \int_0^{x'} I_{LSF}(x) dx$$

$$I_{LSF}(x) = \int I_{PSF}(x, y) dy$$



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Rozlišovací mez optických soustav

$$\Delta x = k \frac{\lambda}{NA}$$

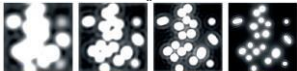
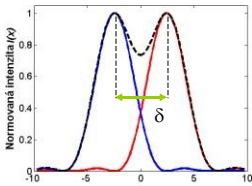
- ⊕ dva svítící body budou ještě rozlišeny optickou soustavou, pokud maximum obrazové plošky prvního bodu padne do prvního minima obrazové plošky druhého bodu, tj. vzdálenost maxim bude rovna poloměru Airyho disku δ

$$\Delta x = 0,61 \frac{\lambda}{NA}$$



dvoubodová
rozlišovací mez

$$\psi = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$



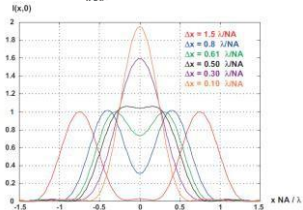
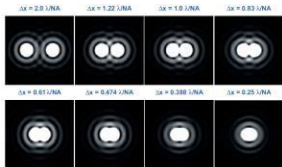
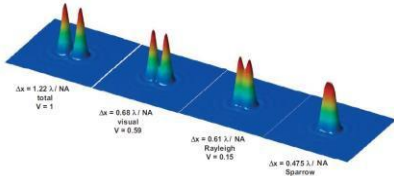
NA = 0.2

NA = 0.3

NA = 0.45

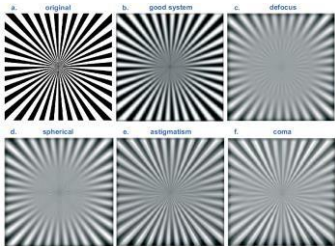
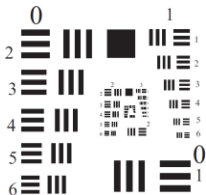
NA = 0.9

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

- ⊕ pro určování rozlišení optických soustav jsou používány různé typy testů (např. USAF testy, Siemsenova hvězda, apod.)



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

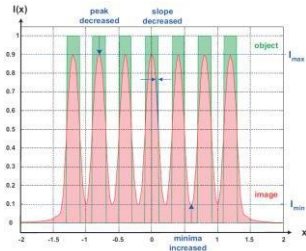
Optická funkce přenosu (OTF – Optical Transfer Function)

⊕ komplexní funkce OTF charakterizuje přenosové charakteristiky optické soustavy

⊕ její modul je tzv. funkce přenosu kontrastu (MTF – Modulation Transfer Function)

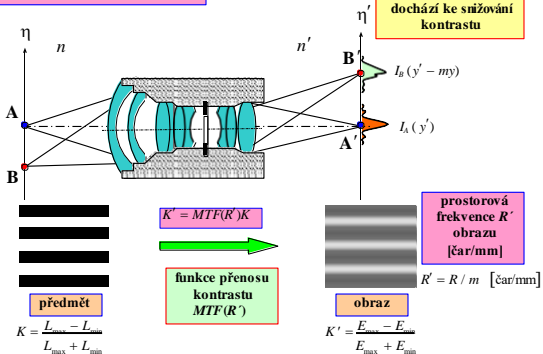
$$g_{OTF}(v_x, v_y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{PSF}(x, y) \cdot e^{-2\pi i(xv_x + yv_y)} dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_{PSF}(x, y) dx dy} = N \cdot \tilde{F}[I_{PSF}(x, y)]$$

$$g_{OTF}(v_x, v_y) = g_{MTF}(v_x, v_y) \cdot e^{i g_{PTF}(v_x, v_y)}$$



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Funkce přenosu kontrastu (MTF)

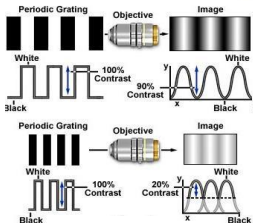
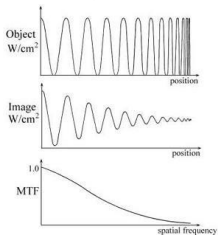


Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

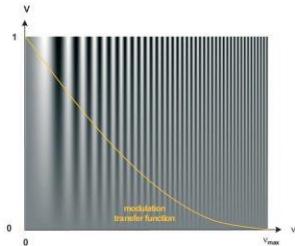
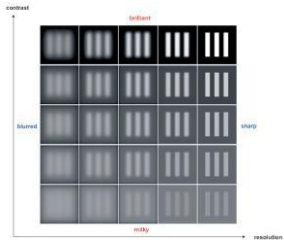
Funkce přenosu kontrastu (MTF)

- ϕ udává, s jakým kontrastem bude předmět zobrazen
- ϕ struktury předmětu s různou prostorovou frekvencí budou zobrazeny s různým kontrastem
- ϕ snížení kontrastu má vliv na ostrost obrazu a rozlišovací schopnost optické soustavy

optickým zobrazením dochází ke snižování kontrastu



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení



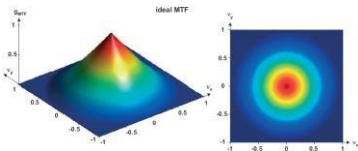
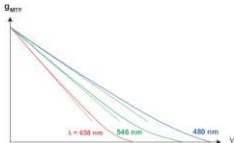
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

MTF – fyzikálně dokonalá soustava

- zobrazení nekoherentním zářením
- rovnoměrně osvětlená kruhová pupila
- rovnoměrně propustná pupila

$$MTF(\omega) = \frac{2}{\pi} [\arccos \omega - \omega \sqrt{1 - \omega^2}]$$

$$\omega = \lambda c R' \quad \omega \in \langle 0, 1 \rangle$$



◆ **mezní prostorová frekvence R_{\max}** , kterou je schopna optická soustava přenést s nulovým kontrastem

$$R'_{\max} = 1/\lambda c \quad [\text{čár/mm}]$$

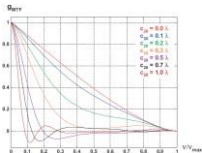
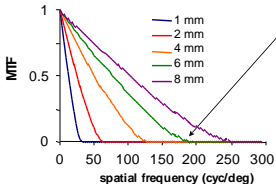
$$R'_{\max} = \pi d / 180 \lambda \quad [\text{čár}^\circ]$$

$$R'_{50\%} = 0,4 R'_{\max}$$

$$R'_{10\%} = 0,8 R'_{\max}$$

Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Funkce přenosu kontrastu (MTF)



mezní frekvence

$$R_{max} = \frac{1}{\lambda c} \quad [\text{čar/mm}]$$

$$R_{max} = \frac{\pi d}{180\lambda} \quad [\text{čar/deg}]$$

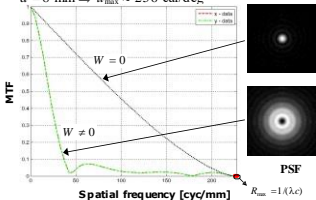
$$\lambda = 550 \text{ nm}$$

$$d = 2 \text{ mm} \Rightarrow u_{max} \approx 64 \text{ čar/deg}$$

$$d = 4 \text{ mm} \Rightarrow u_{max} \approx 128 \text{ čar/deg}$$

$$d = 6 \text{ mm} \Rightarrow u_{max} \approx 192 \text{ čar/deg}$$

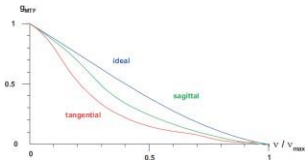
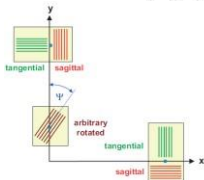
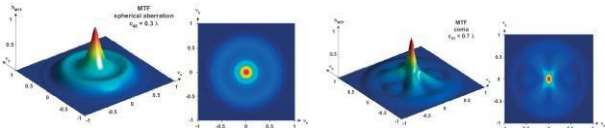
$$d = 8 \text{ mm} \Rightarrow u_{max} \approx 256 \text{ čar/deg}$$



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

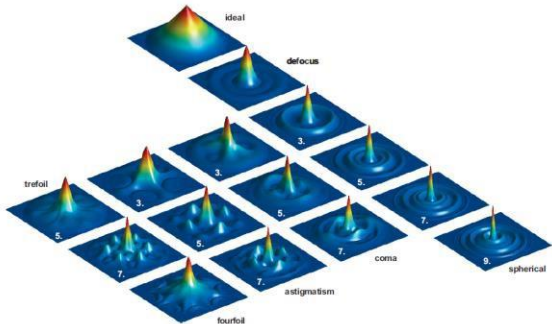
MTF – optická soustava s aberacemi

- ⊕ průběh MTF závisí na aberacích optické soustavy, dochází k poklesu kontrastu
- ⊕ obvykle se charakterizuje v sagitálním a tangenciálním směru



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

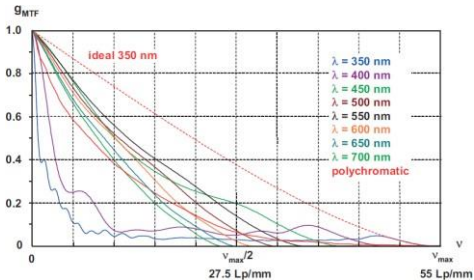
MTF – optická soustava s aberacemi



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Polychromatická MTF

- ⊕ při charakterizaci optických soustav pracujících v polychromatickém záření se charakterizuje tzv. polychromatická MTF jako spektrální vážená superpozice MTF pro jednotlivé vlnové délky spektra zdroje



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

- ✦ pro reálnou detekci a rozlišení přenášených struktur v obrazu (např. zrakovým systémem nebo detektorem) potřebujeme určitou prahovou hodnotu kontrastu

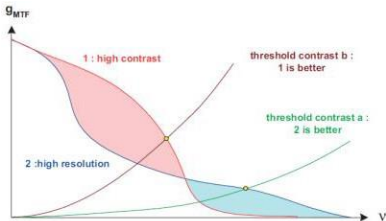
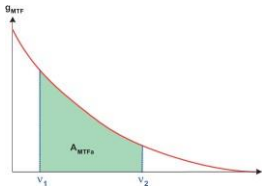
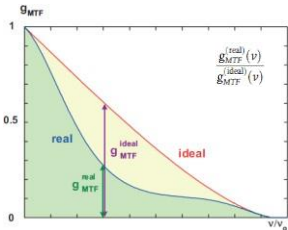


Figure 30-65: Two different modulation transfer functions for optimal contrast and optimal resolution, respectively, and two different curves of the threshold contrast.

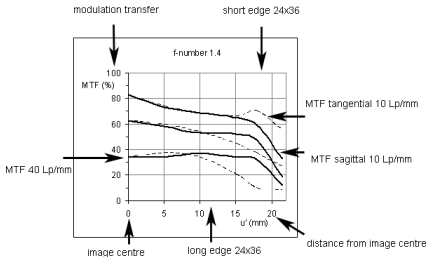
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

- ✦ jako jednu z charakteristik kvality zobrazení použitím MTF je možno použít poměr hodnoty MTF pro reálnou optickou soustavu a MTF pro fyzikálně dokonalou optickou soustavu (tzv. Hopkinsův faktor) určený pro vybrané prostorové frekvence – tato hodnota charakterizuje pokles přenosu kontrastu oproti ideálnímu případu soustavy bez aberací
- ✦ jinou charakteristikou je plocha pod MTF v intervalu zvolených prostorových frekvencí



Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

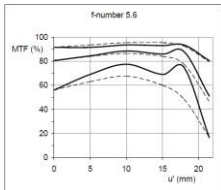
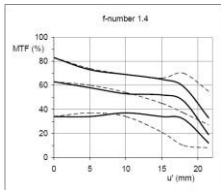
- ⊕ v oblasti fotografické optiky se graficky uvádí křivky MTF pro několik zvolených prostorových frekvencí v čar/mm (lp/mm)
- ⊕ uvádějí se křivky MTF v sagitálním a tangenciálním směru v závislosti na vzdálenosti od optické osy



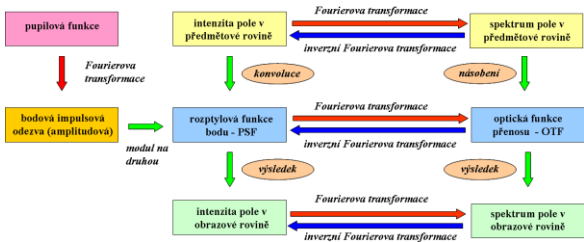
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení



MTF - Planar 1.4/50 ZF - 10, 20, 40 čar/mm



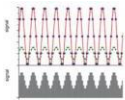
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení



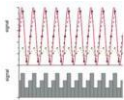
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

Maticová pole fotodetektorů – vzorkování

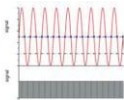
- ⊕ obraz vytvořený na detektoru je prostorově vzorkován diskretní pixelovou strukturou
- ⊕ maximální prostorová frekvence (čár/stupeň resp. čár/mm), která může být detekována se rovná polovině tzv. vzorkovací frekvence – **Nyquistova vzorkovací podmínka**
- ⊕ obrazový signál je potřeba vzorkovat, alespoň 2 vzorky na 1 periodu, aby nevznikaly moiré efekty (**podvzorkování obrazu - aliasing**)



(a) 10 pix per period; offset=0



(b) 3 pix per period; offset=0



(c) 2 pix per period; offset=0

Nyquistova frekvence

$$R_N = \frac{1}{2p}$$



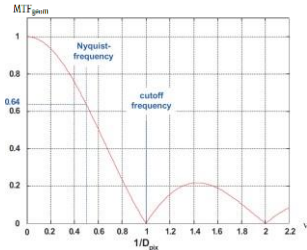
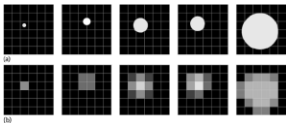
Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

MTF snímacího senzoru

- ⊕ maticový fotodetektor (CCD nebo CMOS), který je používán pro detekci obrazu, lze charakterizovat funkcí přenosu MTF senzoru, která závisí především na konečných rozměrech pixelů

$$MTF_{\text{sensor}} = MTF_{\text{geom}} \cdot MTF_{\text{electronics}}$$

$$MTF_{\text{geom}}(k_x, k_y) = \left| \text{sinc}\left(k_x \frac{p}{2}\right) \right| \left| \text{sinc}\left(k_y \frac{p}{2}\right) \right|$$

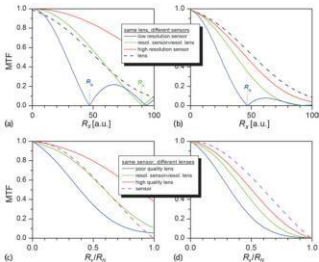


Aberace optických soustav a kvalita zobrazení

MTF celého snímacího systému

$$MTF_{\text{total}}(x) = MTF_{\text{optics}}(x) \cdot MTF_{\text{filter}}(x) \cdot MTF_{\text{sensor}}(x)$$

- ⊕ MTF celého řetězce snímacího systému závisí na všech jeho částech (optické soustavě objektivu, fotodetektoru, případné použité filtraci, apod.)
- ⊕ lze určit jako součin jednotlivých příspěvků MTF
- ⊕ nejvíce omezující částí snímacího systému je prvek nejvíce snižující přenos kontrastu



Literatura:

- [1] SALEH, B.E.A., TEICH, M.C. Základy fotoniky, Matfyzpress, Praha 1994. ISBN: 80-85863-01-4.
- [2] MIKŠ, A. Aplikovaná optika. Vydavatelství ČVUT, Praha 2009. ISBN: 978-80-01-04254-0.
- [3] FIALA, P., RICHTER, I. Fyzikální optika, 2. vydání, vydavatelství ČVUT, Praha 2005. ISBN: 80-01-03183-7.
- [4] MALÝ, P. Optika, Karolinum, Praha 2013. ISBN: 9788024622460.
- [5] SALEH, B.E.A., TEICH, M.C. Fundamentals of Photonics, Wiley Interscience, 3rd ed., New York 2019. ISBN: 978-1-119-50687-4.
- [6] FUKA, J., HAVELKA, B. Optika a atomová fyzika I, SPN, Praha 1961. ISBN: 9788024613420.
- [7] MIKŠ, A. Fyzika 3. Vydavatelství ČVUT, Praha 2008. ISBN: 978-80-01-04000-3.
- [8] HECHT, E. Optics, Pearson-Addison Wesley, 5th ed., London 2016. ISBN: 978-0133977226.